BIOESTADÍSTICA BÁSICA

-MANN WHITNEY
-KRUSKAL WALLIS

CLASE 7

PRUEBAS
NO PARAMÉTRICAS
DISTRIBUCIÓN LIBRE

- ✓ **Kolmogorov**
- ✓ **Correlación Spearman**
- ✓ **Chi2**
- ✓ **Fisher**
- ✓ Mann-Whitney
- ✓ Kruskal/Wallis

COMPARACIONES ENTRE DOS GRUPOS

SIN CUMPLIMIENTO SUPUESTOS

COMPARACIÓN DE **MEDIAS** ENTRE **DOS** GRUPOS:

- T test: homogéneas
- T test corrección Welch: varianzas heterogéneas

- Cumplir:

-Variables cuantitativas y una variable dicotómica

-Normales

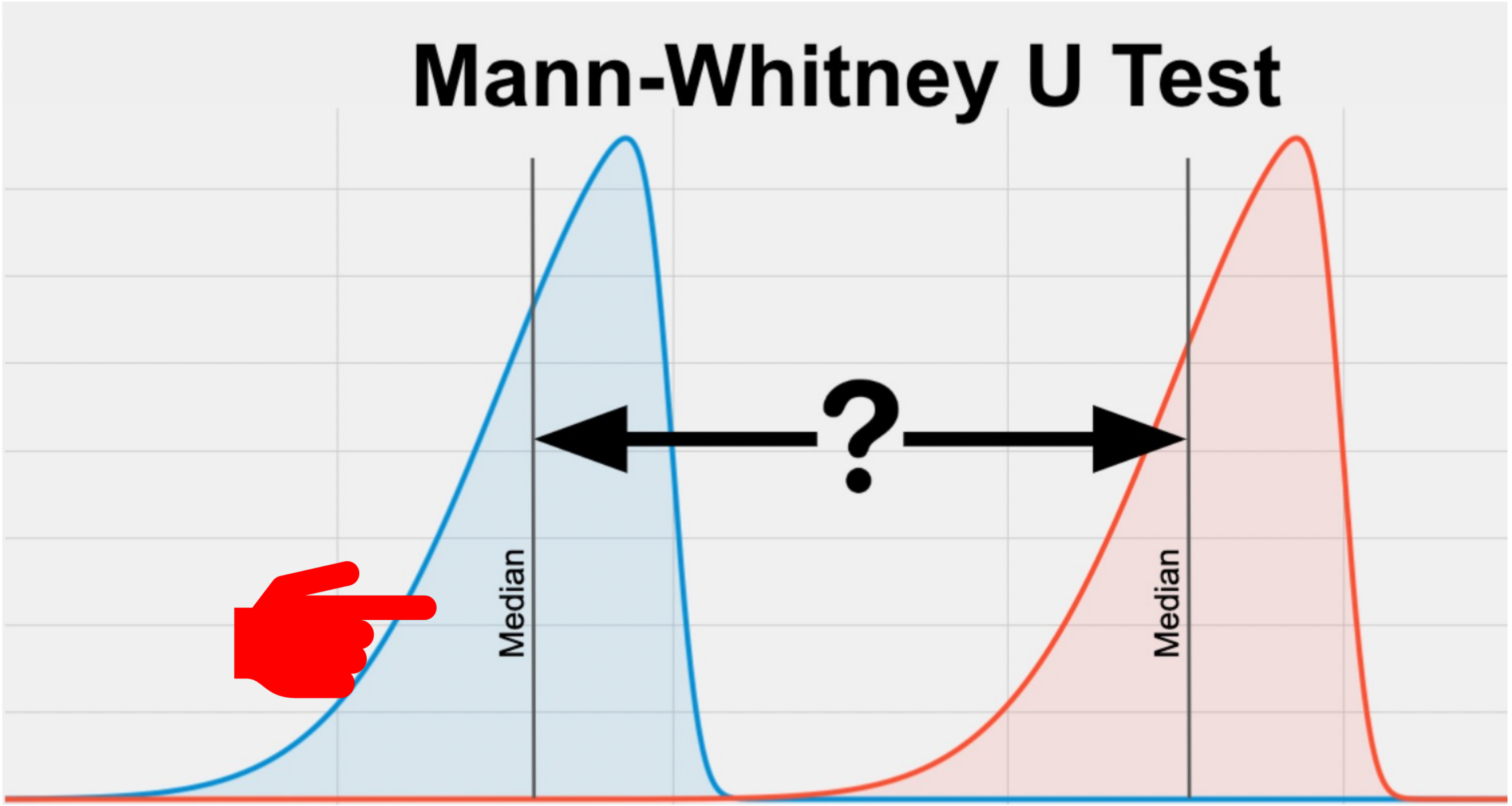
-Varianzas

Comparar DOS grupos, pero:

-Variables cuantitativas NO son normales

-No existe HOMOCEDASTICIDAD

- Son variables ORDINALES



MANN - WHITNEY

T DE STUDENT (PARAMÉTRICA) VS MANN-WHITNEY (NO PARAMÉTRICA)

T TEST:

-Probar la igualdad de las medias en dos muestras independientes.

-Variables cuantitativas con distribución normal

MW:

-Probar la igualdad de las medianas (rangos) en dos muestras independientes.

-Variables cuantitativas sin distribución normal o variables ordinales

PRUEBA DE MANN-WHITNEY PARA DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES

La prueba U de Mann-Whitney se emplea probar que los dos grupos de la muestra independiente provienen de la misma población. Es decir, sus medianas son iguales.

El tamaño de la muestra X: es m o n1

El tamaño de la muestra Y: es n o n2

Se combinan las dos muestras en una sola. Se asignan rangos a **la muestra total.**

Si hay observaciones similares se sacará un promedio de los rangos.

Se suman los rangos de las dos muestras y se calculan los estadísticos.

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{\overbrace{n_1(n_1+1)}^{\text{Tomar en cuenta que es n1 o m}}}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{\overbrace{n_2(n_2+1)}^{\text{Tomar en cuenta que es n2 o n}}}{2} - R_2$$

M-W

H0: Provienen de la misma población o medianas =
H1: Las medianas son =!

Estadístico de prueba:
U obs = min (U1;U2)

Región de rechazo:
Uobs<=Uα(m,n)
'Z' = Muestras > 10 se aproxima a N(0,1)

CONSIDERACIONES MANN WHITNEY

Las muestras son grandes >20, se comparan con Z

Tomar en cuenta que es la U más pequeña

$$\boxed{Z = \frac{\overbrace{U}^{} - \frac{m\,x\,n}{2}}{\sqrt{\frac{mxn\,x\,(m+n+1)}{12}}}}$$

P calculado > 0,05 = Acepta H0

EJERCICIO 1

Considera un ensayo clínico de fase II diseñado para investigar la eficacia de un nuevo medicamento para reducir los síntomas del covid19.

Un total de 100 participantes son aleatorizados para recibir el nuevo fármaco o un placebo.

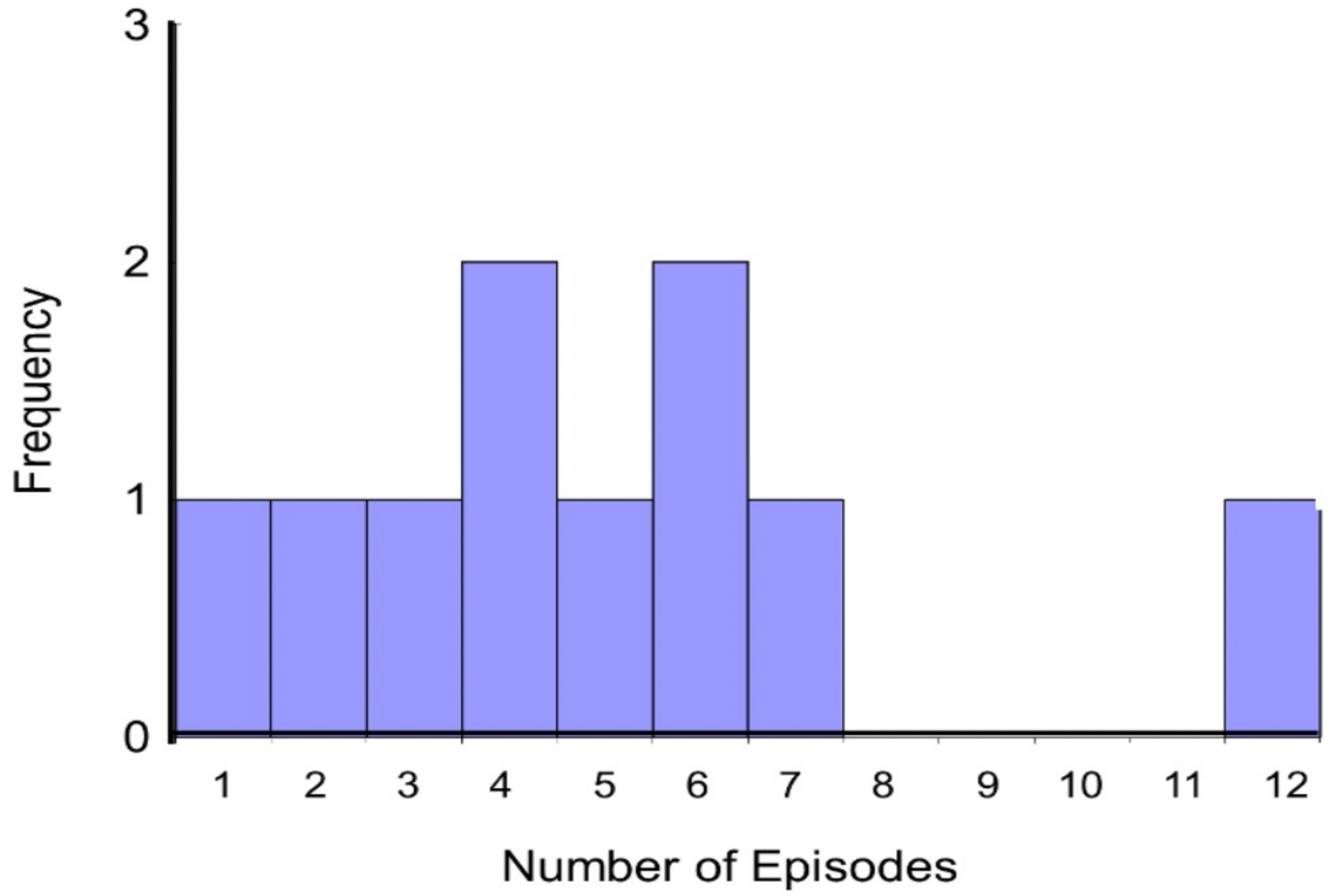
Se pide a los participantes que registren el número de episodios de dificultad para respirar durante un período de 1 semana después de recibir el tratamiento asignado.

Los datos no siguen una distribución normal.

¿Hay alguna diferencia en el número de episodios de dificultad para respirar durante un período de 1 semana en los participantes que reciben el nuevo medicamento en comparación con aquellos que reciben el placebo?

Podría ser que los participantes que reciben el placebo tienen más episodios de dificultad para respirar, pero ¿es esto estadísticamente significativo?

Histograma de frecuencia del número de episodios de falta de aliento



HIPÓTESIS

H0: Las dos poblaciones son iguales. Las medianas de los episodios de dificultad para respirar son =

H1: Las dos poblaciones no son iguales. Las medianas de los episodios de dificultad para respirar son =!

El primer paso es: asignar rangos.

BIOESTADISTICA EJERCICIOS/MODULO 7 EJERCICIOS CLASE.xlsx

EJERCICIO 2

Se propone un nuevo enfoque de la atención prenatal para las mujeres embarazadas que viven en una comunidad rural. El nuevo programa implica visitas a domicilio durante el embarazo, además de las visitas habituales o programadas regularmente.
Se busca determinar si las mujeres que participan en el nuevo programa dan a luz bebés más saludables que las mujeres que reciben atención habitual.

El resultado es la puntuación APGAR medido 5 minutos después del nacimiento. Recuerda que las puntuaciones de APGAR oscilan entre 0 y 10 con puntuaciones de 7 o más consideradas normales (sanas), 4-6 bajas y 0-3 críticamente bajas.

¿Hay evidencia estadística de una diferencia en las puntuaciones de APGAR en las mujeres que reciben la atención prenatal nueva y mejorada en comparación con la habitual?

HIPÓTESIS

H0: No existe diferencia en las medianas de las puntuaciones de APGAR entre los 2 grupos

H1: Existe diferencia entre las medianas de las puntuaciones de APGAR entre los 2 grupos

BIOESTADISTICA EJERCICIOS/MODULO 7 EJERCICIOS CLASE.xlsx

COMPARACIONES ENTRE TRES O MÁS GRUPOS

SIN CUMPLIMIENTO SUPUESTOS

COMPARACIÓN DE **MEDIAS** ENTRE **TRES O +** GRUPOS:

- ANOVA

- Cumplir:

-Variables cuantitativas y una categórica

-Normales

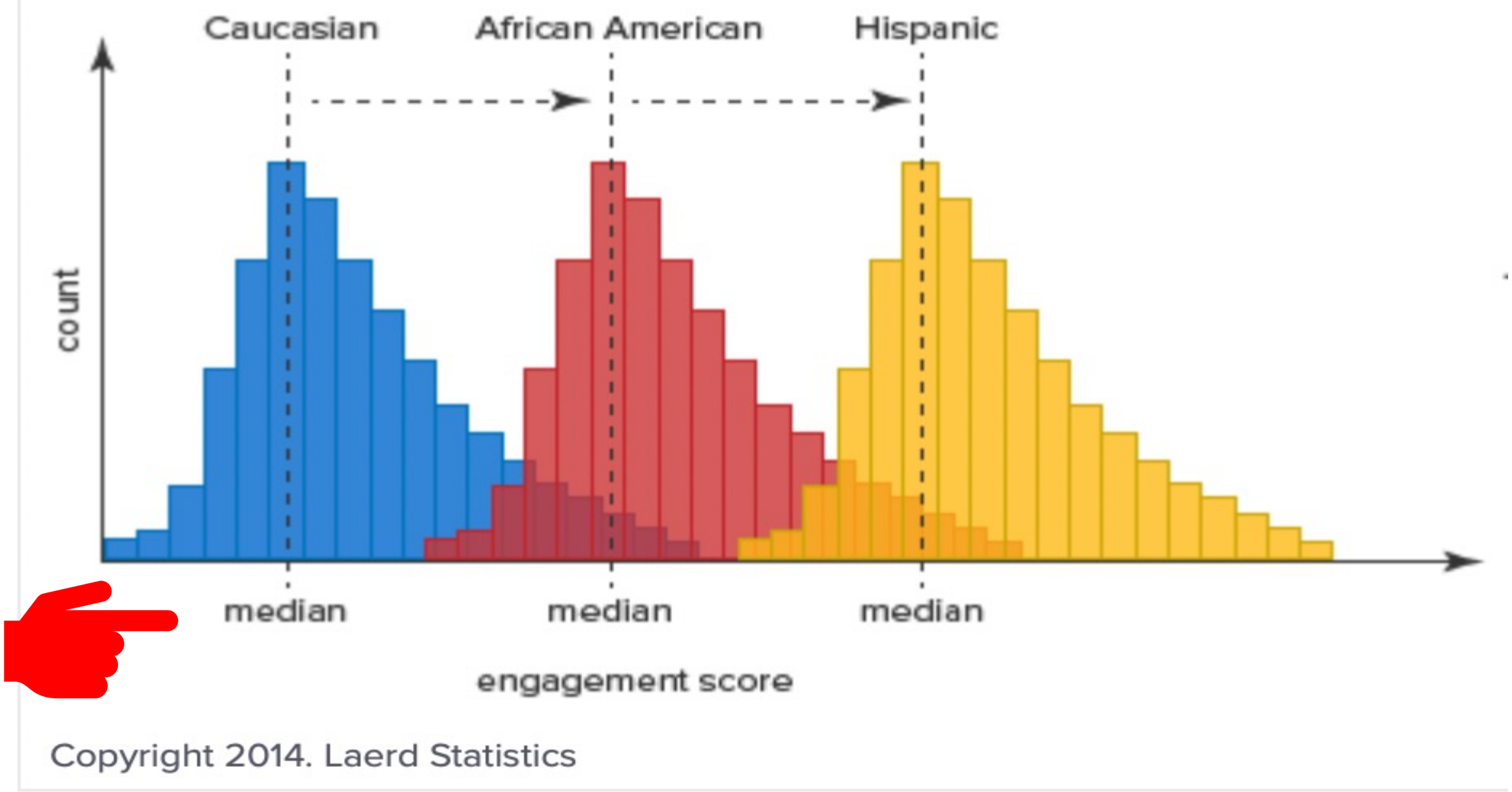
-Varianzas homogéneas

Comparar TRES o + grupos, pero:

-Variables cuantitativas NO son normales

-No existe HOMOCEDASTICIDAD

- Son variables ORDINALES



KRUSKAL WALLIS

SE REQUIERE COMPARAR 3 O MÁS GRUPOS

TIPO DE MUESTRA SP/EP

1. INDEPENDIENTES → -ANOVA (COMPARAR MEDIAS)
   -KRUSKAL WALLIS

2. PAREADAS → FRIEDMAN

KRUSKAL WALLIS: William Kruskal y Allen Wallis

Cuando se tienen 3 o más grupos y se requiere saber si:

- Existe una diferente entre ellos : medianas =!
- Provienen de la misma población

El test de Kruskal-Wallis, también conocido como test H, es la alternativa no paramétrica al test ANOVA de una vía cuando los datos NO son normales para datos no pareados.

Se trata de una extensión del test de Mann-Whitney. Es por lo tanto de un test que emplea rangos para contrastar la hipótesis de que k muestras han sido obtenidas de una misma población.

A diferencia del ANOVA en el que se comparan medias, con variables de 3 o más categorías, el test de Kruskal-Wallis contrasta si las diferentes muestras están distribuidas equitativamente y que por lo tanto pertenecen a una misma distribución (población). Se comparan medianas.

HIPÓTESIS

H0: Las medianas de los *k* grupos, son iguales. Provienen de la misma población.

HA: Al menos una mediana de los *k* grupos, es distinta. No provienen de la misma población.

OJO: NO OBTIENE LA MEDIANA, LA COMPARA ENTRE GRUPOS PARA SABER SI HAY DIFERENCIAS O NO

¿CUÁNDO LO USO?

Datos no satisfacen las condiciones para poder aplicar un ANOVA.

Normalidad – Homocedasticidad - Ordinales

Por ejemplo, si se quiere estudiar la diferencia entre tres grupos en una carrera, se puede disponer de dos tipos de datos:

1) los tiempos de cada participante

(análisis con ANOVA)

2) las posiciones en las que ha terminado la carrera cada participante

(análisis con Kruskal-Wallis test).

ESTADÍSTICO

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R^2{}_i}{n_i} - 3(N+1)$$

A TOMAR EN CUENTA:

El cálculo de H se modifica si hay **observaciones iguales en el mismo bloque o grupo**. Para ello, se debe hacer una corrección. Esto evita que se subestime el valor de H.

$$\boxed{1 - \frac{\sum_{i=1}^{G}(t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}}$$

LA CORRECCIÓN EN TÉRMINOS FORMALES:

$$H = \frac{\dfrac{12}{N(N+1)} \displaystyle\sum_{i=1}^{k} \frac{R^2{}_i}{n_i} - 3(N+1)}{1 - \dfrac{\sum_{i=1}^{G}(t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}}$$

Si estos requerimientos se cumplen, el estadístico *H* del test de *Kruskal-Wallis* se compara con:

Si el tamaño de grupos *k* es igual a 3 y el número de observaciones en cada uno no es mayor que 5, se recurre a tablas tabuladas con valores teóricos de *H*.

En el resto de casos se asume que el estadístico H sigue una distribución $\chi 2$ con k-1 grados de libertad

(siendo k el número de grupos a comparar).

CONSTRUCCIÓN DEL ESTADÍSTICO H

Se desea comparar k tratamientos diferentes, para lo cual se elige una muestra aleatoria de n sujetos y se divide aleatoriamente para aplicarles los diferentes tratamientos en k grupos de tamaños n1, n2, …, nk tal que $\sum n_i = n$

Tratamiento 1	$x_{11}, x_{12}, \ldots\ldots, x_{1n_1}$
Tratamiento 2	$x_{21}, x_{22}, \ldots\ldots, x_{2n_2}$
$\vdots$	$\vdots$
Tratamiento k	$x_{k1}, x_{k2}, \ldots\ldots, x_{kn_k}$

Para realizar la prueba se ordenan todos los datos en forma no decreciente asignándoles un rango de 1 a n. Denotemos los rangos asignados en cada tratamiento por:

Tratamiento 1	$R_{11}, R_{12}, \ldots\ldots, R_{1n_1}$
Tratamiento 2	$R_{21}, R_{22}, \ldots\ldots, R_{2n_2}$
$\vdots$	$\vdots$
Tratamiento k	$R_{k1}, R_{k2}, \ldots\ldots, R_{kn_k}$

Se suman los rangos en cada tratamiento y se denotan por:

$$R_i = \sum_{j=1}^{n_i} R_{ij}$$

PASO 1: PLANTEAR HIPÓTESIS.

H0: Las medianas de los *k* grupos, son iguales. Provienen de la misma población.

HA: Al menos una mediana de los *k* grupos, es distinta. No provienen de la misma población.

PASO 2: ESTADÍSTICO DE PRUEBA.

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R^2{}_i}{n_i} - 3(N+1)$$

O

$$H = \frac{\frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R^2{}_i}{n_i} - 3(N+1)}{1 - \frac{\sum_{i=1}^{G}(t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}}$$

PASO 3: ESTABLECER UN NIVEL DE SIGNIFICACIÓN

$$\alpha = P(\mathrm{Rech}azar\ H\mathrm{0}\ /\ H\mathrm{0}\ es\ verdadero)$$

PASO 4: REGIÓN DE RECHAZO DE H0

$$H > X_i^2$$

P5:DECISIÓN

Aceptar o Rechazar la H_0 al nivel de significación α

P6:CONCLUSIÓN

Se debe interpretar la decisión tomada en Paso 5

EJEMPLO 1

Se desea comparar tres tratamientos para la rehabilitación de lesiones en deportistas, para lo cual se elige una muestra de 14 deportistas con lesiones equivalentes y se les distribuye aleatoriamente para aplicarles los diferentes tratamientos. Luego de terminado los tratamientos se mide la recuperación de la lesión obteniendo los siguientes resultados:

- Tratamiento 1: 21 23 59 38 78
- Tratamiento 2: 44 72 65 43 79
- Tratamiento 3: 39 46 61 49

Usando un nivel de significación de 0.05 pruebe si existe alguna diferencia en los porcentajes de recuperación entre los diferentes tratamientos

PASO 1: PLANTEAR HIPÓTESIS.

H0: Las medianas de los *3* grupos, son iguales. Provienen de la misma población.

HA: Al menos una mediana de los *3* grupos, es distinta. No provienen de la misma población.

PASO 2: ESTADÍSTICO DE PRUEBA.

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R^2{}_i}{n_i} - 3(N+1)$$

O

$$H = \frac{\dfrac{12}{N(N+1)} \displaystyle\sum_{i=1}^{k} \frac{R^2{}_i}{n_i} - 3(N+1)}{1 - \dfrac{\sum_{i=1}^{G}(t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}}$$

RANGOS

- Tratamiento 1: 21 23 59 38 78
- Tratamiento 2: 44 72 65 43 79
- Tratamiento 3: 39 46 61 49

21	1
23	2
38	3
39	4
43	5
44	6
46	7
49	8
59	9
61	10
65	11
72	12
78	13
79	14

R1 = 28

R2 = 48

R3= 29

$$\boxed{H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R^2{}_i}{n_i} - 3(N+1)}$$

N = 14

$$R^2 = (28^2/5) + (48^2/5) + (29^2/4)$$

H = 2,306

Tratamiento 1: 1   2   3   9   13 $R_1 = 28$

Tratamiento 2: 6   12   11   5   14 $R_2 = 48$

Tratamiento 3: 4   7   10   8 $R_3 = 29$

$$K_0 = \frac{12}{14*15}\left[\frac{(28)^2}{5} + \frac{(48)^2}{5} + \frac{(29)^2}{4}\right] - 3*15 = 2.31$$

PASO 3: ESTABLECER UN NIVEL DE SIGNIFICACIÓN

$$\alpha = 0{,}05$$

PASO 4: REGIÓN DE RECHAZO DE H0

$$H > X_i^2$$

P5:DECISIÓN

2,31 < 5,99

P6:CONCLUSIÓN

- No se rechaza $H0$ al nivel de significación 0.05
- Con 95% de confianza no existe diferencia entre las medianas de los 3 tratamientos.

EJEMPLO 2

Se desea comparar tres grupos de tratamientos, con un alfa de 0,05

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
9	8	13
19	12	15
11	14	9
8	12	11
9	7	8
13	14	16
9	12	13
	17	

PASO 1: PLANTEAR HIPÓTESIS.

H0: Las medianas de los *3* grupos, son iguales. Provienen de la misma población.

HA: Al menos una mediana de los *3* grupos, es distinta. No provienen de la misma población.

PASO 2: ESTADÍSTICO DE PRUEBA.

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R^2{}_i}{n_i} - 3(N+1)$$

O

$$H = \frac{\frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R^2{}_i}{n_i} - 3(N+1)}{1 - \frac{\sum_{i=1}^{G} (t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}}$$

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
9	8	13
19	12	15
11	14	9
8	12	11
9	7	8
13	14	16
9	12	13
	17	

Valor	f	Rangos ocupados	Rango asignado
7	1	1	1
8	3	2 a 4	3
9	4	5 a 8	6.5
11	2	9 a 10	9.5
12	3	11 a 13	12
13	3	14 a 16	15
14	2	17 a 18	17.5
15	1	19	19
16	1	20	20
17	1	21	21
19	1	22	22

Valor	f	Rangos ocupados	Rango asignado
7	1	1	1
8	3	2 a 4	3
9	4	5 a 8	6.5
11	2	9 a 10	9.5
12	3	11 a 13	12
13	3	14 a 16	15
14	2	17 a 18	17.5
15	1	19	19
16	1	20	20
17	1	21	21
19	1	22	22

Rangos 1	Rangos 2	Rangos 3
6.5	3	15
22	12	19
9.5	17.5	6.5
3	12	9.5
6.5	1	3
15	17.5	20
6.5	12	15
	21	
69	96	88

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
9	8	13
19	12	15
11	14	9
8	12	11
9	7	8
13	14	16
9	12	13
	17	

$$H = \frac{\frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R^2{}_i}{n_i} - 3(N+1)}{1 - \frac{\sum_{i=1}^{G} (t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}}$$

$[(3^3 - 3) + (3^3 - 3) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2)] / (22^3 - 22)$

H = 0,69

PASO 3: ESTABLECER UN NIVEL DE SIGNIFICACIÓN

$$\alpha = 0{,}05$$

PASO 4: REGIÓN DE RECHAZO DE H0

$$H > X_i^2$$

P5:DECISIÓN

0,69 < 5,99

P6:CONCLUSIÓN

Se acepta la H0

*H*0 : No existe diferencia entre los grupos de tratamiento

EJERCICIO EN EXCEL

En la Encuesta poblacional de Violencia de género disponible en el INEC, en el apartado de violencia por parte de la pareja, en mujeres casadas y/o unidas, se colocó una pregunta:

¿Qué tan grave es para usted que su esposo le impida hablar con sus amigos o familiares?

Las opciones de respuesta fueron:

1: Sin importancia
2. Poco importante
3. Grave
4. Muy grave

A su vez, las mujeres violentadas, se agruparon en 3 niveles de instrucción: ninguno; educación básica y bachillerato. Con esta información, determina si existe alguna diferencia en el test de percepción de gravedad de violencia en la pareja, entre los 3 grupos de nivel de instrucción.

PASO 1: HIPÓTESIS

BIOESTADISTICA EJERCICIOS/MODULO 7 EJERCICIOS CLASE.xlsx

RESUMEN PRUEBAS ESTADÍSTICAS

OBJETIVO	VARIABLES Y DISTRIBUCIÓN	TIPO DE MUESTRA	PRUEBA RECOMENDADA	TIPO DE PRUEBA	HIPÓTESIS
Comparar medias 2 grupos	Cuantitativas, distribución normal Variable dicotómica (grupo)	Muestra independiente Muestra relacionada	T de student T de student	Paramétrica	H0: Igualdad de medias H1: Diferencia de medias
	Cuantitativas, sin distribución normal/ordinales Variable dicotómica (grupo)	Muestra independiente Muestra relacionada	Mann Whitney (mediana) Wilcoxon (mediana)	No Paramétrica	H0: Igualdad de medianas H1: Diferencia de medianas
Comparar medias 3 o más grupos	Cuantitativas, distribución normal Variable categórica (grupo)	Muestra independiente Muestra relacionada	ANOVA de 1 vía ANOVA de 2 vías	Paramétrica	H0: Igualdad de medias H1: Diferencia de medias
	Cuantitativas, sin distribución normal/ordinales Variable categórica (grupo)	Muestra independiente Muestra relacionada	Kruskal Wallis (medianas) Friedman (medianas)	No Paramétrica	H0: Igualdad de medianas H1: Diferencia de medianas
Asociación 2 variables	Cualitativas nominales/ordinales	Muestra independiente Muestra relacionada	Chi cuadrado - Fisher McNemar	No Paramétrica	H0: No hay asociación/ Independencia H1: Hay asociación/ dependencia
Asociación 3 o más variables	Cualitativas nominales/ordinales	Muestra independiente Muestra relacionada	Chi cuadrado* Q de Co chran	No Paramétrica	H0: No hay asociación/ Independencia H1: Hay asociación/ dependencia
Correlación lineal 2 variables	Cuantitativas, distribución normal Cuantitativas, sin distribución normal/ordinales	Muestra independiente Muestra relacionada	Pearson Spearman	Paramétrica No Paramétrica	H0: No hay correlación lineal H1: Hay correlación lineal

RESUMEN PRUEBAS ESTADÍSTICAS

OBJETIVO	VARIABLES Y DISTRIBUCIÓN	TIPO DE MUESTRA	PRUEBA RECOMENDADA	TIPO DE PRUEBA	HIPÓTESIS
Comparar normalidad	Cuantitativas	Mayor a 100 datos Menor a 100 datos	Kolmogorov Smirnov Shapiro Wilk	No Paramétrica	H0: Normalidad H1: No Normalidad
Comparar varianzas	Cuantitativas	Varianza mayor/Varianza menor	F de Snedecor	Paramétrica	H0: Homocedasticidad H1: Heterocedasticidad

Softwares estadísticos:

- Se rechaza la H0 en función del nivel de confianza. Si es 95%, el nivel de significancia es 0,05.
- Por lo tanto, si el p-value de la prueba es <0,05 se rechaza TODAS las H0. Si el p-value de la prueba es >0,05 se acepta TODAS las H0.