

NOTA TÉCNICA VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

La toma de decisiones está directamente relacionada con el impacto que tendrá en el valor de la empresa. Por ejemplo, si se tienen 4.000 dólares disponibles para invertir, se tendrán que analizar las diferentes opciones de inversión. Si una de las alternativas genera 5.000 dólares en tres años y otra genera 6.000 dólares en cinco años, ¿cuál es la alternativa que se debe seleccionar? La respuesta se obtendrá calculando el valor presente de las dos alternativas y escogiendo la que tenga un valor mayor.

Uno de los conceptos fundamentales dentro de las finanzas es el del valor del dinero en el tiempo, que indica que un dólar hoy vale más que un dólar mañana. Si asumimos que el período es de un año, podemos decir que esto se debe a que:

- El dólar que tenemos hoy podemos invertirlo y dentro de un año recuperar el dólar invertido más una cantidad por intereses.
- El dólar que tenemos hoy es seguro, mientras que dentro de un año no tenemos la certeza de recibirlo.

Por tanto, siempre se debe considerar el dinero como un concepto que difiere según el momento en el que se analice. En todas las decisiones de finanzas, tanto en las de inversión como en las de financiamiento, se deben considerar los flujos de caja que se presentan en diferentes momentos del tiempo, y para esto se debe conocer el concepto de valor del dinero en el tiempo.

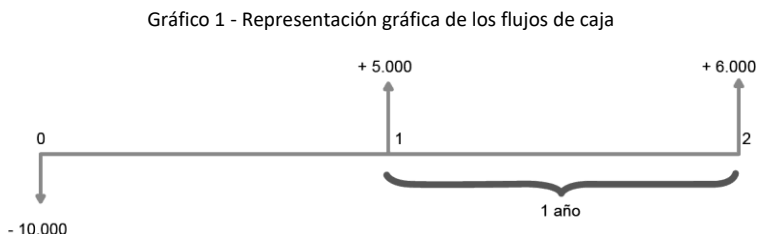
El valor del dinero en el tiempo es también conocido como *análisis del flujo de caja descontado*. Los ingresos y los egresos que se presentan a través del tiempo, que también son conocidos como *flujos de caja*, pueden ser representados en una línea del tiempo y de manera cronológica.

Representación gráfica de los flujos de caja.

Cuando uno tiene que resolver problemas relacionados con flujos de caja y con el valor del dinero en el tiempo, es útil realizar una representación gráfica de estos flujos y su ubicación a lo largo de los períodos analizados. Esta representación gráfica es una línea horizontal, conocida como línea de tiempo.

Suponga que un amigo suyo necesita urgentemente 10.000 dólares y le propone que usted se los preste a un plazo de dos años. Su amigo lo quiere incentivar, así que le propone además que le pagará en un año 5.000 dólares y en el segundo año 6.000 dólares.

La representación gráfica de esta situación es la siguiente:



El número cero representa el presente, es decir, el momento en el que se está tomando la decisión de prestar los 10.000 dólares. Aquí se representa la salida de los 10.000 dólares con una flecha dirigida hacia abajo.

El número 1 representa el final del período 1 pero también el inicio del período 2. El número 2 representa el final del período 2. En este ejemplo, el espacio comprendido entre los números 1 y 2 corresponde a un año. Al final del período 1 se tendrá un flujo de 5.000 dólares y al final del período 2, otro flujo por 6.000 dólares. Como estos valores corresponden a la devolución del préstamo que realizamos, para nosotros es un ingreso, por lo que deben ser representados con flechas dirigidas hacia arriba.

Los períodos, en este caso, representan años, pero pueden ser semestres, meses, días, etc. Para mayor facilidad de análisis se asume que todos los ingresos y egresos de un período se dan al final del período correspondiente y, a menos que no se indique de manera explícita lo contrario, debe suponerse que así es.

El valor del dinero en el tiempo tiene dos puntos de vista que sirven para evaluar decisiones financieras y que permitirán llegar a la misma conclusión: el valor presente y el valor futuro.

Debido al principio del valor del dinero en el tiempo, no es posible comparar dos flujos de caja que se encuentran ubicados en diferentes puntos de la línea del tiempo. Por esto, es necesario que los flujos sean llevados a un punto o una fecha común en la que puedan ser comparados, que normalmente, pero no siempre, es el momento cero.

Capitalización y descuento

A través de la capitalización se obtiene el valor futuro de una cantidad que se encuentra en el momento actual, denominado *valor presente*, considerando un período específico y una tasa de interés o tasa de crecimiento.

Utilizando el descuento se determina el valor monetario actual, denominado *valor presente*, de una cantidad futura, considerando un período específico, a una tasa de descuento –la cantidad de dinero que se tendría que invertir ahora a una tasa de interés dada durante un período determinado para igualar la cantidad futura–.

Otro concepto que es importante conocer, es la tasa de interés del período de capitalización, que depende de la tasa de interés nominal anual y del número de veces que se capitalizan los intereses en un año.

La tasa de interés del período de capitalización, también conocida como *tasa de interés del período*, se determina de la siguiente manera:

$$i = \frac{TN}{m} \quad (1)$$

Donde i es la tasa de interés del período de capitalización, TN es la tasa de interés nominal anual y m es el número de períodos de capitalización en un año.

Por ejemplo, si usted solicita un préstamo en una institución financiera y debe pagar cuotas cada seis meses, significa que los períodos de capitalización son semestrales y que el número de períodos de capitalización en un año es 2, ya que hay dos semestres en un año.

Tipos de flujo de caja

Los flujos de caja pueden ser representados con base en el número de flujos existentes, si los flujos de caja son iguales o no y el momento en el que estos se presentan. Así tenemos que el flujo de caja puede ser un valor único, una serie de flujos iguales que se presentan de manera periódica y una serie de flujos desiguales.

- Valor único: es el flujo de caja más simple y consiste en una única cantidad que se presenta en el tiempo y de la cual se puede establecer un valor presente o un valor futuro.
- Flujos de caja periódicos iguales: se pueden presentar durante un período finito (anualidad) o durante un período infinito (perpetuidad). Para una anualidad se pueden establecer tanto el valor presente como el valor futuro, mientras que para una perpetuidad únicamente es posible establecer el valor presente.

- Flujos de caja desiguales: son flujos que no son iguales y que se pueden presentar en períodos iguales o no. Para este tipo de flujo se pueden establecer el valor presente y el valor futuro.

El valor futuro y el valor presente para un solo flujo

Usted está vendiendo su departamento y el día de hoy ha recibido una oferta de 70.000 dólares pagaderos al contado. En la tarde aparece otro posible comprador y le ofrece pagar por su departamento 72.000 dólares, pero dentro de un año. Los dos oferentes son serios y financieramente solventes, por lo que en cualquiera de los dos casos se tiene la seguridad de recibir el dinero. Adicionalmente, conoce que el banco en el que tiene su cuenta corriente está pagando una tasa de interés nominal del 5% anual en depósitos a plazo para períodos de un año.

¿Cuál de las dos alternativas es mejor? La lógica nos dice que obtendremos la respuesta que necesitamos comparando los dos valores ofrecidos, pero no tenemos que olvidar el concepto de valor del dinero en el tiempo el momento de decidir.

Analicemos la situación basándonos en el valor futuro. Supongamos que decide aceptar la primera oferta de 70.000 dólares. Con ese dinero podría acercarse a su banco y realizar una inversión al 5% anual a un año plazo. Por tanto, después de transcurrido el año, el banco le entregaría la cantidad de 73.500 dólares, que corresponden a 70.000 dólares de la recuperación del capital invertido más 3.500 dólares por concepto de intereses. En este caso, los 70.000 dólares son el valor presente (VP) y los 73.500 dólares son el valor futuro (VF); los dos valores son equivalentes, considerando una tasa de interés del 5% y un período de un año.

$$70.000 + (70.000 \times 0,05) = 73.500$$

Observe en la tabla que se presenta a continuación que aceptando la primera oferta se obtiene luego de la inversión un valor de 73.500 dólares, que es más conveniente que la segunda oferta de 72.000 dólares, pagadera dentro de un año. En este caso se tienen dos valores futuros en un mismo momento, los que pueden ser comparados, y del que claramente se concluye que la alternativa que genera los 73.500 dólares es la más conveniente.

Tabla 1- Selección de la mejor oferta a través del VF y del VP

| Análisis | Oferta 1 | Oferta 2 | Tasa Interés | VF Oferta 1 | VP Oferta 2 | Criterio | Decisión |
|----------------|-----------|-----------|--------------|-------------|-------------|----------------|-------------|
| Valor futuro | 70.000,00 | 72.000,00 | 5% | 73.500,00 | | VF Of 1 > Of 2 | Acepto Of 1 |
| Valor presente | 70.000,00 | 72.000,00 | 5% | | 68.571,43 | Of 1 > VP Of 2 | Acepto Of 1 |

En contraposición al valor futuro se tiene el valor presente. Es decir, los 72.000 dólares que se recibirían dentro de un año, ¿cuánto valen hoy? Este análisis también se podría plantear de la siguiente manera: ¿cuál es la cifra que, invertida el día de hoy a una tasa del 5% anual, da como resultado un valor futuro de 72.000 dólares?

Utilizando la expresión anterior se tiene:

$$VP + (VP \times 0,05) = 72.000$$

Sacando VP como factor común:

$$VP \times (1 + 0,05) = 72.000$$

Despejando VP :

$$VP = \frac{72.000}{(1 + 0,05)} = 68.571,43$$

Se puede observar que si se acepta la segunda oferta se recibirán 72.000 dólares dentro de un año, los que equivalen hoy a 68.571,43 dólares, considerando una tasa de interés del 5%. Esta cifra es menor de los 70.000 dólares que se ofrecen en la primera oferta. En este caso estamos comparando los dos valores presentes que se obtienen con base en las dos ofertas y escogemos el valor mayor.

Por tanto, sea a través del valor futuro que del valor presente se puede concluir que la primera oferta es la más conveniente, es decir, se deben aceptar hoy los 70.000 dólares.

Del análisis realizado se observa que el valor presente y el valor futuro de una cantidad para un período se pueden calcular a través de las siguientes fórmulas, donde i es la tasa de interés, que también es conocida como *tasa de descuento* en caso de que sea utilizada para determinar el valor presente:

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)} \quad (2)$$

$$VF = VP \times (1 + i) \quad (3)$$

Ejemplo. Usted ha recibido una herencia de 20.000 dólares y ha tomado la decisión de invertirla en una cooperativa de ahorro y crédito con la finalidad de no gastar este dinero en el día a día. Si la institución le ofrece una tasa de interés de 5%, ¿cuál es el valor total que usted tendrá al final del año?

Para resolver esto es necesario aplicar la siguiente fórmula:

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

De las cuatro variables necesarias se conocen tres, que son: el valor presente de 20.000 dólares, que es el valor que se va a invertir el día de hoy; la tasa de interés nominal anual del 5%, que le pagará la institución financiera, y el plazo de la inversión, que es un año. Como se puede ver, la tasa de interés y el plazo están expresados en la misma unidad de tiempo, anual.

Entonces, dentro de un año, la cantidad de dinero que se recibirá es 21.000 dólares.

$$VF = 20.000 \times (1 + 0,05)^1 = 21.000 \text{ dólares}$$

Un solo flujo de caja con varios períodos

Si se cuenta con 1.000 dólares y se desea invertir en una institución financiera que está pagando una tasa nominal anual del 4%, luego de un año obtendremos la cantidad de 1.040 dólares, de los cuales 40 dólares corresponden a intereses. A través de la fórmula de valor futuro se puede determinar que los 1.040 dólares son el valor futuro.

$$VF = 1.000 \times (1 + 0,04) = 1.040$$

Al final del año se presentan dos alternativas: retirar todo su dinero de la institución financiera o dejarlo por un año adicional, durante el cual ganaría una tasa de interés del 4%. En el caso que se deje invertido por un año adicional, al final del segundo año se contará con 1.081,60 dólares.

$$VF = 1.040 \times (1 + 0,04) = 1.081,60$$

Si reemplazamos el valor de 1.040 dólares con la fórmula anterior, tenemos:

$$VF = 1.000 \times (1 + 0,04) \times (1 + 0,04) = 1.081,60$$

Siguiendo el mismo procedimiento podemos concluir que el valor futuro de los 1.000 dólares invertidos durante tres años con la capitalización compuesta de los intereses se obtiene de la siguiente manera:

$$VF = 1.000 \times (1 + 0,04) \times (1 + 0,04) \times (1 + 0,04) = 1.124,86$$

Que puede ser reemplazado por:

$$VF = 1.000 \times (1 + 0,04)^3 = 1.124,86$$

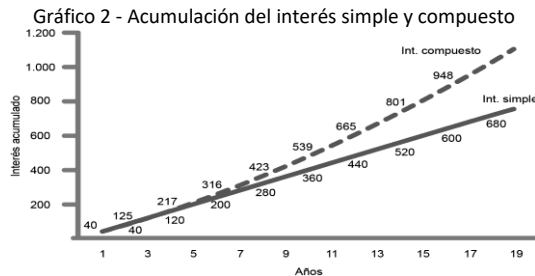
Por tanto, la fórmula genérica para determinar el valor futuro a partir de una cantidad, una tasa de interés (i) y un número de períodos de capitalización compuesta (n) es:

$$VF = VP \times (1 + i)^n \quad (4)$$

En el análisis realizado se puede observar que los intereses que se han obtenido en cada uno de los períodos de la inversión han sido reinvertidos en los siguientes períodos a la misma tasa de interés. Esto se conoce como *capitalización compuesta*.

¿Qué habría sucedido si se hubiera tomado la decisión de no reinvertir los intereses generados en cada uno de los períodos de la inversión y sólo se mantenía en la institución financiera el capital durante todo el período de la inversión y los intereses eran retirados al final de cada período? Los intereses no habrían ganado intereses. A eso se denomina *capitalización simple*.

En el gráfico que se encuentra a continuación se representa la acumulación de los intereses a través del interés simple y del interés compuesto a lo largo de 19 años proyectados. Se puede observar cómo la curva del interés compuesto crece más rápidamente que la curva del interés simple. Esto se debe a la capitalización de los intereses, lo cual hace que se generen intereses sobre los intereses invertidos.



La fórmula general para calcular el valor futuro de una cantidad, con una tasa de interés periódica (i) y un número de períodos (n), con capitalización simple es:

$$VF = VP \times (1 + i \times n) \quad (5)$$

Despejando de esta fórmula el valor presente, bajo las mismas circunstancias, se obtiene la fórmula general para calcular el valor presente de una cantidad a través de capitalización simple.

$$VP = \frac{VF}{(1 + n \times i)} \quad (6)$$

La misma fórmula de la capitalización con interés simple se puede modificar para que la tasa de interés sea siempre una tasa nominal anual y que el plazo de la operación este en días. A continuación se presenta la fórmula genérica:

$$VF = VP \times \left(1 + TN \times \frac{\text{plazo en días}}{360}\right) \quad (7)$$

Donde TN es la tasa de interés nominal anual y *plazo en días* representa la duración de la operación que se está analizando expresada en días.

Ejemplo. Suponga que se invierten 1.000 dólares a interés simple por 2 años a una tasa anual del 5%. ¿Cuál es el valor que se tendrá al final del período de inversión?

Como se puede observar, la fórmula del interés simple tiene cuatro variables, que son el *valor futuro*, el *valor presente*, la *tasa de interés* y el *plazo*. En este caso, la incógnita es el valor futuro, que se obtendrá luego de 2 años, mientras que el valor presente es 1.000 dólares, la tasa de interés es 5% anual nominal y el plazo es de 2 años. En este punto es importante verificar que la tasa de interés y el plazo estén en una misma unidad de tiempo; es decir, si los períodos son anuales, la tasa debe estar en términos anuales.

Una vez que se han establecido las tres variables, se deben reemplazar en la fórmula de interés simple, como se indica a continuación.

$$VF = 1.000 \times (1 + 0,05 \times 2) = 1.100 \text{ dólares}$$

Otro ejemplo. ¿Cuál es el valor futuro de una cantidad de 500 dólares invertida a una tasa de interés anual nominal del 4,5% por un plazo de 120 días, considerando interés simple? Procedemos a reemplazar los datos del ejemplo en la fórmula genérica y tenemos la siguiente fórmula, a través de la cual se determina que el valor futuro es 507,50 dólares, de los cuales 7,50 dólares corresponden a los intereses generados en los 120 días.

$$VF = 500 \times \left(1 + 0,045 \times \frac{120}{365}\right) = 507,50$$

$$VP = \frac{1.124,86}{(1 + 0,04)^3} = 1.000$$

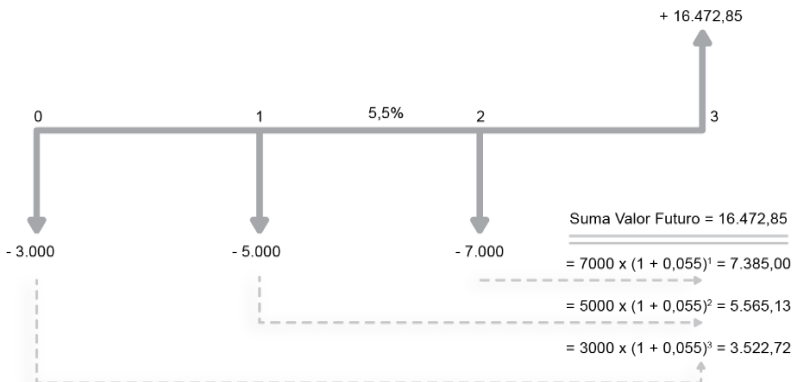
Valoración de flujos de caja distintos que se presentan en varios períodos

Hasta ahora se han analizado el valor presente y el valor futuro de un único flujo de caja. Pero ¿qué sucede cuando tenemos varios flujos de caja ubicados en diferentes momentos del tiempo? El principio del valor del dinero en el tiempo funciona de la misma forma; es decir, se calcula el valor presente o el valor futuro de cada uno de los flujos y, cuando se tienen todos los valores en el mismo momento, se suman. En caso de tener flujos de caja negativos, estos deben ser restados.

Se explicará la metodología de cálculo del valor futuro de varios flujos a través de un ejemplo. Suponga que desea irse de viaje en tres años a partir de hoy y que está en capacidad de invertir en depósitos a plazo 3.000 dólares el día de hoy, 5.000 dólares en un año y 7.000 dólares en dos años. Si la tasa de interés que paga la institución financiera es del 5,5% anual nominal, ¿con qué cantidad de dinero contará al final de los tres años?

La primera actividad que se realiza es representar gráficamente el problema en la línea del tiempo, ubicando cada uno de los flujos en su período correspondiente.

Gráfico 3 - Valor presente de una corriente de flujos



En el gráfico se puede observar que en el año 0, es decir, hoy, se ha invertido la cantidad de 3.000 dólares, al igual que en los años 1 y 2, en los cuales se han invertido las cantidades de 5.000 dólares y 7.000 dólares, respectivamente. Estas tres cantidades son invertidas al 5,5% anual, con la finalidad de tener una cifra disponible en el año 3, que será destinada a las vacaciones. En el año 3 se puede observar que el inversionista recibe cierta cantidad de dinero debido a que la institución financiera le devuelve todo su dinero, que corresponde al capital invertido más los intereses generados. Esta cifra es 16.472,85 dólares.

El siguiente paso es llevar a valor futuro cada uno de los tres flujos, de acuerdo al número de períodos y a la tasa de interés.

El flujo de la inversión en el año 0 de 3.000 dólares está a tres años del año 3; por tanto, el flujo tiene que ser capitalizado por tres años; por otro lado, como los períodos son anuales, se utilizará la tasa de interés nominal anual del 5,5%.

Utilizando la fórmula del interés compuesto tenemos:

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

$$VF = 3.000 \times (1 + 0,055)^3 = 3.522,72$$

Para el flujo de los años 1 y 2 se procede de la misma manera. Lo único que cambia es el número de períodos de capitalización. El flujo de 5.000 dólares tiene que ser capitalizado por dos años mientras que el flujo de 7.000 dólares tiene que ser capitalizado por un año.

$$VF = 5.000 \times (1 + 0,055)^2 = 5.565,13$$

$$VF = 7.000 \times (1 + 0,055)^1 = 7.385,00$$

Por tanto, el valor futuro de esta serie de flujos es la suma de los valores futuros de cada uno de los tres flujos. De esta manera llegamos a determinar que el valor futuro es 16.472,85 dólares. Es decir, esta es la cantidad de dinero con la que contaremos al final del tercer año para que sea destinada a las vacaciones.

Este procedimiento puede ser reemplazado por una sola expresión, a través de la que se obtiene el valor futuro, y no es otra cosa que la agrupación de las tres expresiones utilizadas para calcular los valores futuros de cada uno de los tres flujos.

$$VF = 3.000 \times (1 + 0,055)^3 + 5.000 \times (1 + 0,055)^2 + 7.000 \times (1 + 0,055)^1 \\ = 16.472,85$$

Utilizando los mismos flujos del ejemplo del valor futuro y la misma tasa de interés, supongamos que alguien ofrece entregarnos 3.000 dólares el día de hoy, 5.000 dólares dentro de un año y 7.000 dólares dentro de dos años. ¿Cuál es el valor presente de estos flujos? La pregunta podría también ser la siguiente: ¿cuál es la cantidad de dinero que estaríamos dispuestos a recibir el día de hoy a cambio de no recibir los tres flujos mencionados?

El procedimiento a seguir es muy similar al utilizado para determinar el valor futuro; es decir, se tiene que calcular el valor presente de cada uno de los tres flujos y luego proceder a sumarlos.

A continuación se utilizará la fórmula para el cálculo del valor presente de cada uno de los tres flujos.

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

$$VP = \frac{7.000}{(1 + 0,055)^2} = 6.289,17$$

$$VP = \frac{5.000}{(1 + 0,055)^1} = 4.739,34$$

$$VP = \frac{3.000}{(1 + 0,055)^0} = 3.000,00$$

No es necesario calcular el valor presente de los 3.000 dólares, ya que se encuentra en el momento cero, pero se lo ha incluido para demostrar que matemáticamente se obtiene el mismo valor debido a que $n = 0$.

Agrupando las tres expresiones en una sola, tenemos:

$$VP = 3.000 + \frac{5.000}{(1 + 0,055)^1} + \frac{7.000}{(1 + 0,055)^2} = 14.028,50$$

Podemos concluir que es indiferente para nosotros recibir el día de hoy 14.028,50 dólares o recibir los tres flujos distribuidos en el año 0, en el año 1 y en el año 2.

Valoración de flujos de caja iguales que se presentan en varios períodos

Anualidades

El caso de flujos iguales que se presentan en intervalos iguales¹ es conocido como *anualidad*. Existen diferentes tipos de anualidades, pero aquí sólo nos preocuparemos de la anualidad vencida y de la anualidad anticipada, así como de expresiones simplificadas que nos serán útiles para determinar el valor presente y el valor futuro de estas corrientes uniformes de pagos regulares.

La fórmula para calcular el valor presente de una anualidad vencida es:

$$VP = F \times \left[\frac{1}{i} - \frac{1}{i \times (1+i)^n} \right] \quad (13)$$

La fórmula para calcular el valor futuro de una anualidad vencida es:

$$VF = F \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad (14)$$

La fórmula del valor presente de una anualidad tiene dos elementos que podemos considerar los más importantes: el valor presente y los flujos, también conocidos como *anualidades*.

Si se conoce el valor presente, por ejemplo 100.000 dólares, se puede determinar de cuánto dinero se dispondrá cada año para vivir sin trabajar por los próximos 20 años si la tasa de interés anual en el mercado financiero, a la cual se pueden realizar inversiones, es del 6%.

Así tenemos:

$$100.000 = F \times \left[\frac{1}{0,06} - \frac{1}{0,06 \times (1 + 0,06)^{20}} \right]$$

$$F = \frac{100.000}{\left[\frac{1}{0,06} - \frac{1}{0,1924} \right]} = \frac{100.000}{16,67 - 5,20} = 8.718,46$$

¹ El intervalo no tiene que ser de un año, puede ser de un semestre, de un mes, de un día, etc.

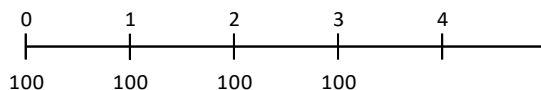
Por tanto, si se mantiene el dinero invertido a un 6% anual nominal y los intereses de cada año se van capitalizando, se cuenta con 8.718,46 dólares para vivir cada uno de los 20 años planteados. Si el análisis se hace desde el punto de vista mensual, el valor disponible será mayor, ya que, al retirar la anualidad de manera mensual, se estará dejando en la inversión una mayor cantidad de dinero, que a su vez generará mayor cantidad de intereses.

Este es un procedimiento similar al que utilizan las instituciones financieras cuando realizan un préstamo amortizable y desean calcular la cuota que se pagará. Desde el punto de vista del deudor, la pregunta sería: ¿cuál es el dividendo anual que debo pagar si solicito un préstamo por 100.000 dólares, a un plazo de 20 años, si la tasa de interés que me cobra el banco es del 6% anual nominal? El dividendo anual, es decir, la cuota, sería de 8.718,46 dólares².

Una variación de las anualidades ordinarias, que son las más importantes, son las anualidades anticipadas, en las que los flujos de caja se presentan al inicio de cada período.

A continuación se explica cómo calcular el valor presente de una anualidad anticipada a través de un ejemplo de 4 flujos iguales de 100 dólares que se presentan al inicio de cada período y una tasa de descuento del 10%.

Gráfico 4 - Flujos de caja anticipados



Se puede observar que los flujos de caja de esta anualidad corresponden a tres flujos de una anualidad ordinaria, del período 1 al 3, más un flujo de caja que se presenta en el momento cero. Por tanto, se puede concluir para este ejemplo que el valor presente de una anualidad anticipada se obtiene sumando el valor presente de la anualidad ordinaria de los últimos tres flujos más el flujo del momento cero.

Así se tiene, que el valor presente para los tres flujos es 248,69 dólares:

² El dividendo incluye tanto la porción de capital que se paga en el período como los intereses sobre el saldo pendiente de pagar. Es decir, el dividendo es siempre el mismo, lo que cambia es el peso de sus dos componentes. Esto se conoce como un *préstamo amortizable con dividendo fijo*, considerando la amortización al vencimiento, que es lo que generalmente utilizan las instituciones financieras.

$$VP = F \times \left[\frac{1}{i} - \frac{1}{i \times (1 + i)^n} \right]$$

$$VP = 100 \times \left[\frac{1}{0,10} - \frac{1}{0,10 \times (1 + 0,10)^3} \right] = 248,69$$

Por tanto, para obtener el valor presente de la anualidad anticipada se debe sumar la cantidad de 100 dólares a los 248,69 dólares, obteniendo así 348,69 dólares, que es el resultado requerido.

Otra manera de obtener el valor presente de una anualidad anticipada se puede establecer comparando la ubicación de los flujos vencidos que se encuentran al final de un período con los anticipados que se encuentran al inicio. Es así que se puede concluir que los flujos vencidos se encuentran un período más alejados en el tiempo en relación al momento cero; por tanto, para encontrar el valor presente es necesario descontar un período adicional. Esto se logra multiplicando el valor presente de una anualidad vencida por $(1+i)$, en donde i es la tasa de descuento.

Así, tenemos la siguiente fórmula:

$$VP \text{ anualidad anticipada} = VP \text{ anualidad ordinaria} \times (1 + i) \quad (15)$$

Entonces, si multiplicamos el valor presente de los cuatro flujos de la anualidad, calculado con base en una anualidad ordinaria, por el factor $(1+i)$, se obtiene el mismo resultado:

$$VP = 100 \times \left[\frac{1}{0,10} - \frac{1}{0,10 \times (1 + 0,10)^4} \right] = 316,99$$

$$VP = 316,99 \times (1 + 0,10) = 348,69$$

Este principio también se aplica para el cálculo del valor futuro de las anualidades anticipadas, por lo que, una vez que se ha obtenido el valor futuro calculado como una

anualidad ordinaria, es suficiente multiplicarlo por el factor $(1+i)$ para obtener el resultado buscado.

Por tanto, para calcular el valor futuro de una anualidad ordinaria o anticipada se debe tener claro el punto o momento sobre el cual se está calculando. En el caso de una anualidad ordinaria, este punto coincide con el del último flujo, mientras que en la anualidad anticipada este punto es un período después del último flujo.

En relación al valor presente, para una anualidad ordinaria, el punto sobre el cual se calcula es un período antes del primer flujo, mientras que para una anualidad anticipada este punto coincide con el del primer flujo.

Perpetuidades

Una *perpetuidad* es una corriente de flujos de efectivo iguales que van hasta el infinito, es decir, que no tienen fin. Por tanto, el valor presente de una perpetuidad es el valor presente de todos los flujos futuros que existen hasta el infinito.

Al tratarse de una serie de flujos infinitos, el valor presente no se puede calcular a través del descuento de cada uno de ellos, por tanto, el valor presente de una perpetuidad se obtiene con la siguiente fórmula, donde F es la corriente de flujos de caja que va al infinito e i es la tasa de descuento:

$$VP = \frac{F}{i} \quad (16)$$

Por ejemplo: si existe una perpetuidad que paga 12.000 dólares al año, ¿cuál sería su valor presente si se tuviera una tasa de interés del 6% anual nominal? La determinación del valor presente es bastante sencilla: sólo se debe dividir el flujo anual para la tasa de interés nominal anual. Así, se tiene:

$$VP = \frac{F}{i} = \frac{12.000}{0,06} = 200.000$$

Un caso particular de la perpetuidad es la *perpetuidad creciente*, en la que los flujos de caja aumentan cada año de manera indefinida a una tasa de crecimiento constante g . La fórmula de la perpetuidad se modifica, quedando de la siguiente manera:

$$VP = \frac{F}{i - g} \quad (17)$$

BIBLIOGRAFÍA

- BERCK, J., y DeMARZO, P., *Finanzas corporativas*, 1ª edición, Pearson, 2008, p.187.
- BREALEY, R.; MYERS, S., y MARCUS, A., *Fundamentos de finanzas corporativas*, 5ª edición, McGrawHill, 2007, pp. 80, 581.
- BRIGHAM, E.y BESLEY, Scott, *Fundamentos de administración financiera*, 12ª edición McGrawHill, 2001, pp. 41 y 42.
- GITMAN, Lawrence J., *Principios de administración financiera*, 10ª edición, Pearson, 2003, pp. 131, 139.
- MARTÍNEZ ABASCAL, Eduardo, *Finanzas para directivos*, McGrawHill, 2005, p. 87.
- MERCHÁN, Mariano, (2015), *La gestión financiera en las pequeñas y medianas empresas*, Editorial Ecuador.
- ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W., y JAFFE, Jeffrey F., *Finanzas corporativas*, 8ª edición, McGrawHill, 2009, p. 101.
- ROSS, WESTERFIEL y JORDAN, *Fundamentos de finanzas corporativas*, 9ª Edición, McGrawHill, 2010, p.300.
- VAN HORNE, J., y WACHOWICZ, J., *Fundamentos de administración financiera*, 13ª edición, Pearson, 2010, p. 250.