

PROBABILIDADES

- 1. Posibilidad:** Referente a si algo es o no posible. Solo puede haber dos respuestas; "Si" o "No".
- 2. Probabilidad:** Referente a un porcentaje o parte de un total de respuestas, puede ser "45%", "3 de 4" para ejemplos exactos, "alta" o "baja" para respuestas menos exactas.

La probabilidad es un valor entre 0 y 1 que indica la posibilidad relativa de que ocurra un evento. Entre 0 y 1 puede ser: 0 - 0,5 - 0,777 - 1. Siempre, dentro del intervalo, algunas personas prefieren trabajar con porcentajes, otros con valores en fracciones.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

El valor de la probabilidad es 0 cuando es imposible que ocurra dicho evento. Por ejemplo, tenemos un dado de 6 caras y nos dicen ¿cuál es la probabilidad de tener un 8, al lanzar el dado una vez? ¿Es posible tener un 8? No, no es imposible. Recuerda que, mientras más me acerque al 0, menos probabilidades hay.

Por otro lado, el valor de la probabilidad es 1 cuando es seguro que ocurre dicho evento. Por ejemplo, un dado que tiene las 6 caras con el número 6, ¿es seguro que dara 6? Si, siempre. Recuerda que mientras más me acerco al 1, más probabilidades hay.

La probabilidad en términos formales se representa como:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables del evento } A}{\text{Número de casos posibles}}$$

Ejemplo 1:

Una moneda cuenta con dos lados: cara o cruz ¿Cuál es la probabilidad de obtener "cara" al lanzar la moneda?

Empezamos siempre con los casos posibles, es decir el denominador. Sabemos que una moneda tiene dos lados, por lo tanto nuestros casos posibles son 2, pero, la probabilidad de que nos salga "cara" es solo una. Por lo tanto: $P(\text{cara}) = 1/2 = 0,5$

Ahora, la otra probabilidad es que nos salga "cruz", para ello seguimos la misma lógica y sabemos que $P(\text{cruz}) = 1/2 = 0,5$. Recuerda que la suma de probabilidades debe ser 1, y, efectivamente $0,50 + 0,50 = 1$.

En conclusión, la probabilidad de obtener "cara" en un lanzamiento de moneda es del 50%.

Ejemplo 2:

¿Cuál es la probabilidad de obtener un 3 al lanzar un dado?

Empezamos siempre con los casos posibles, es decir el denominador. Sabemos que el dado tiene seis caras, por lo tanto nuestros casos posibles son 6, pero, la probabilidad de que nos salga 3 es solo una. Por lo tanto: $P(3) = 1/6 = 0,1667$

En conclusión, la probabilidad de obtener 3 en un lanzamiento de dado es del 1,67%.

Ejemplo 3:

¿Cuál es la probabilidad de obtener un valor menor que 5 al lanzar un dado?

Empezamos siempre con los casos posibles, es decir el denominador. Sabemos que el dado tiene seis caras, por lo tanto nuestros casos posibles son 6, pero, las veces que nos puede salir un valor menor que 5 son 4. Por lo tanto: $P(<5) = 4/6 = 0,6667$

En conclusión, la probabilidad de obtener un valor menor que 5 en un lanzamiento de dado es del 66,67%.

Ejemplo 4:

En un salón con 7 hombres y 8 mujeres, se desea formar un comité de 2 personas ¿Cuál es la probabilidad de que el comité esté formado por un hombre y una mujer?

Sabemos que 7 hombres + 8 mujeres = 15 personas. De ellos, solo debo tomar a 2. Los posibles comites que se forman son varios, por ejemplo: H1+ M3, H5 + H7, M4 + M6, etc. Pero, nosotros necesitamos únicamente un comité conformado por 1 hombre y 1 mujer. Ahora, vale la pena preguntar ¿importa o no el orden? No, no importa el orden si va primero una mujer u hombre, lo que es importante es la formación del comité. Es decir, en las permutaciones importa el orden, en las combinaciones no. Por lo tanto, primero elijo una combinación expresada como:

$$C = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

donde:

n= número de observaciones

k= número de combinaciones

!= números factoriales (puedes realizar el cálculo en Excel)

Por lo tanto:

15

$$C = 15! / (15-2)! 2! = 105 \text{ total de casos posibles}$$

2

Ahora, ¿Cómo calculo los comités formados solo por 1 hombre y 1 mujer?
Utilizando combinaciones, nuevamente (una para los hombres y otra para las mujeres):

N

$$C = n! / (n-k)! k!$$

k

- De los 7 hombres, escojo 1:

7

$$C = 7$$

1

- De las 8 mujeres, escojo 1:

8

$$C = 8$$

1

¿Qué hago? Multiplico los dos resultados $C7 \times C8$

$$C7 \times C8 = 56$$

Ahora utilizo la ecuación de la probabilidad: $56 / 105 = 0,533$

$0,533 \times 100 = 53,33\%$ (la probabilidad de formar un comité entre un hombre y una mujer)

¿PROBABILIDADES, DIAGRAMAS, DISJUNTOS, EXCLUYENTES?

Empecemos con ejemplos

1. LANZAR UNA MONEDA Y QUE SALGA TRES VECES

Vamos a enumerar cada posible resultado (o posible resultado):

{HHH, THH, HTH, HHT, HTT, THT, TTH, TTT}

Ahora definamos los siguientes eventos:

Evento A: "No Obtener H"

Evento B: "Obtener exactamente una H"

Evento C: "Obtener al menos una H"

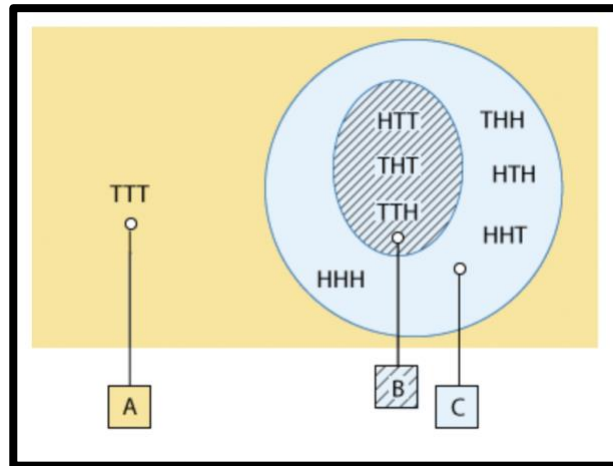
Ten en cuenta que cada evento es de hecho una declaración sobre el resultado que el experimento va a producir. En la práctica, cada evento corresponde a alguna recopilación (subconjunto) de los posibles resultados.

Evento A: "No Obtener H" → TTT

Evento B: "Obtener exactamente una H" → HTT, THT, TTH

Evento C: "Obtener al menos una H" → HTT, THT, TTH, THH, HTH, HHT, HHH

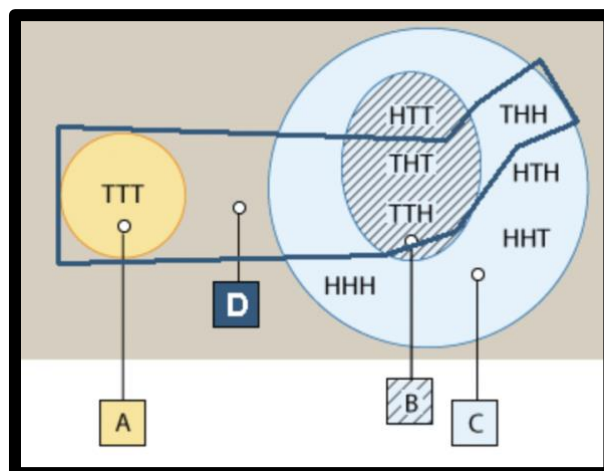
Aquí hay una representación visual de los eventos A, B y C.



A partir de esta representación visual de los eventos, es fácil ver que el evento B está totalmente incluido en el evento C, en el sentido de que cada resultado en el evento B es también un resultado en el evento C. Además, toma en cuenta que el evento A se distingue de los eventos B y C, en el sentido de que no tienen ningún resultado en común o no se superponen. En este punto, estas son solo observaciones notables, pero como se descubrirá más adelante, son muy importantes.

¿Qué pasa si agregamos el nuevo evento?

Evento D: "Obtener una T en el primer lanzamiento" → THH, THT, TTH, TTT



Recuerda, dado que H y T son igualmente probables en cada lanzamiento, y dado que hay 8 resultados posibles, la probabilidad de cada resultado es $1/8$.

2. Defectos de nacimiento

Supongamos que seleccionamos al azar a tres niños y estamos interesados en la probabilidad de que ninguno de los niños tenga defectos de nacimiento.

Utilizamos la notación D para representar a un niño nacido con un defecto de nacimiento y N para representar al niño nacido sin defecto de nacimiento. Podemos enumerar los posibles resultados tal como lo hicimos para el lanzamiento de monedas, son:

{DDD, NDD, DND, DDN, DNN, NDN, NND, NNN}

¿Son igualmente probables los eventos DDD (los tres niños nacen con defectos de nacimiento) y NNN (ninguno de los niños nace con defectos de nacimiento)?

Debería ser razonable para ti que **$P(NNN)$ sea mucho más grande que $P(DDD)$** .

Esto se debe a que $P(N)$ y $P(D)$ no son eventos igualmente probables. Es raro (ciertamente-no el 50%) que un niño seleccionado al azar nazca con un defecto de nacimiento.

REGLAS DE PROBABILIDAD

Ahora pasamos a aprender algunas de las reglas básicas de probabilidad.

Afortunadamente, estas reglas son muy intuitivas, y mientras se apliquen sistemáticamente, nos permitirán resolver problemas más complicados; en particular, aquellos problemas para los que nuestra intuición podría ser inadecuada.

Dado que la mayoría de las probabilidades que se pedirá que encuentres se pueden calcular utilizando tanto: **lógica y conteo y las reglas que aprenderemos,**

PRINCIPIO: Si se puede calcular una probabilidad usando lógica y contando, no NECESITA una regla de probabilidad (aunque siempre se puede aplicar la regla correcta).

1. PRIMERA REGLA DE PROBABILIDAD

Nuestra primera regla simplemente nos recuerda la propiedad básica de probabilidad que ya hemos aprendido.

La probabilidad de que un evento ocurra, puede oscilar entre 0 (lo que indica que el evento nunca ocurrirá) y 1 (lo que indica que el evento es seguro).

Regla de probabilidad uno: Para cualquier evento A, $0 \leq P(A) \leq 1$.

▪ Ejemplo: Tipos de sangre

Sabemos que toda la sangre humana se puede escribir como O, A, B o AB. Además, la frecuencia de aparición de estos tipos de sangre varía según los grupos étnicos y raciales.

Según el Centro de Sangre de la Universidad de Stanford (bloodcenter.stanford.edu), estas son las probabilidades de los tipos de sangre humanos en los Estados Unidos (la probabilidad del tipo A se ha omitido a propósito):

Blood type	O	A	B	AB
Probability	0.44	?	0.10	0.04

Pregunta motivadora para avanzar a la regla 2: Una persona en los Estados Unidos es elegida al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona tenga el tipo de sangre A?

Respuesta: Nuestra intuición nos dice que dado que los cuatro tipos de sangre O, A, B y AB agotan todas las posibilidades, sus probabilidades juntas deben sumar 1, que es la probabilidad de un evento "cierto" (una persona tiene uno de estos 4 tipos de sangre con certeza).

Dado que las probabilidades de O, B y AB juntas suman $0,44 + 0,1 + 0,04 = 0,58$, la probabilidad del tipo A debe ser la restante $0,42 - (1 - 0,58 = 0,42)$:

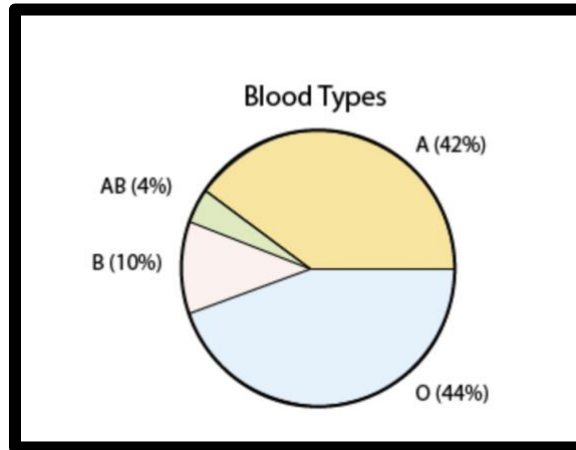
Blood type	O	A	B	AB
Probability	0.44	0.42	0.10	0.04

2. SEGUNDA REGLA DE PROBABILIDAD

Este ejemplo ilustra nuestra segunda regla, que nos dice que la probabilidad de todos los resultados posibles juntos debe ser 1.

Regla de probabilidad dos: La suma de las probabilidades de todos los resultados posibles es 1.

- Observa que en este problema nos estamos enfocando esencialmente en una sola variable categórica: el tipo de sangre.
- Resumimos esta variable enumerando qué valores toma la variable y con qué frecuencia los toma.
- Hemos aprendido que un gráfico de sectores proporciona una visualización adecuada cuando se trata de una sola variable categórica, y de manera similar podemos usarla aquí (usando porcentajes en lugar de probabilidades):



Cabe mencionar que cuando presentamos la probabilidad de cada tipo de sangre, tenemos en mente toda la **población** de personas en los Estados Unidos, para lo cual presumimos conocer la frecuencia general de los valores tomados por la variable de interés.

Resuelve este ejercicio

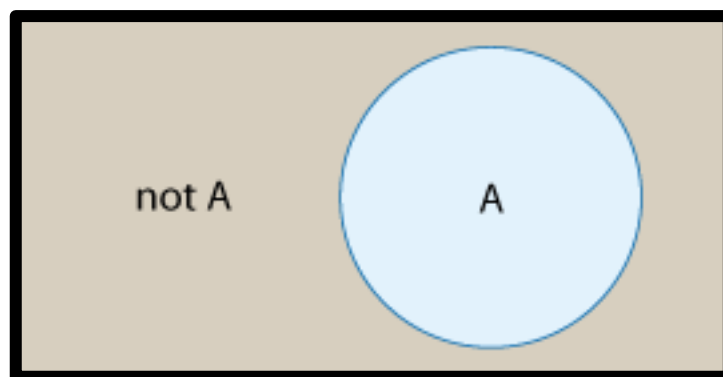
El estado civil se puede clasificar en: soltero, casado, viudo o divorciado. Según Infoplease.com, las siguientes son las probabilidades de esas categorías de estado civil para adultos en los Estados Unidos (datos de 2000): ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté divorciada?

Marital Status	Never Married	Married	Widowed	Divorced
Probability	0.239	0.595	0.068	?

3. TERCERA REGLA DE PROBABILIDAD

En probabilidad y en sus aplicaciones, con frecuencia estamos interesados en averiguar la probabilidad de que un determinado evento **no** ocurra. Un punto importante a entender aquí es que "el evento A no ocurre" es **un evento separado** que consiste en todos los resultados posibles que no están en A y se llama "**el evento complementario de A**".

Notación: escribiremos "**no A**" para indicar el evento de que A **no** ocurre. Aquí hay una representación visual de cómo el evento A y su evento complementario "no A" juntos representan todos los resultados posibles.



Comentario:

- El gráfico se llama "diagrama de Venn". Un diagrama de Venn es una manera sencilla de visualizar eventos y las relaciones entre ellos usando rectángulos y círculos.

La regla 3 trata de la relación entre la probabilidad de un evento y la probabilidad de su evento complementario.

Dado que el evento A y el evento "no A" juntos conforman todos los resultados posibles, y dado que la regla 2 nos dice que la suma de las probabilidades de todos los resultados posibles es 1, la siguiente regla debe ser bastante intuitiva:

Regla de probabilidad tres (La regla del complemento):

- $P(\text{no } A) = 1 - P(A)$ es decir, la probabilidad de que no ocurra un evento es 1 menos la probabilidad de que ocurra.

EJEMPLO: Tipos de sangre

Volviendo al ejemplo del tipo de sangre:

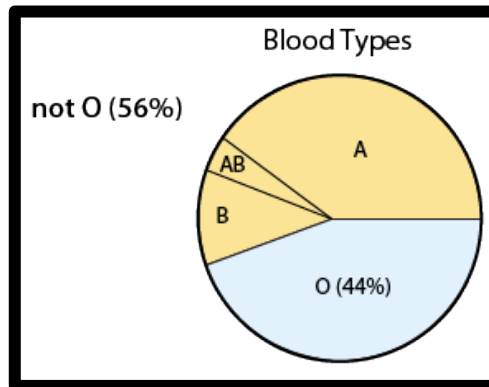
Blood type	O	A	B	AB
Probability	0.44	0.42	0.10	0.04

Aquí hay alguna información adicional:

- Una persona con tipo **A** puede donar sangre a una persona con tipo **A** o **AB**.
- Una persona con tipo **B** puede donar sangre a una persona con tipo **B** o **AB**.
- Una persona con tipo **AB** puede donar sangre solo a una persona con tipo **AB**.
- Una persona con sangre tipo **O** puede donar a cualquier persona.

¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar no pueda donar sangre a todos? En otras palabras, ¿cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar no tenga tipo de sangre O?

Necesitamos encontrar $P(\text{no } O)$. Utilizando la regla de complemento, $P(\text{no } O) = 1 - P(O) = 1 - 0.44 = 0.56$. En otras palabras, el 56% de la población de EE. UU. no tiene tipo de sangre O:



Claramente, también podríamos encontrar $P(\text{no O})$ directamente añadiendo las probabilidades de B, AB y A.

Comentario:

- Toma en cuenta que la regla de complemento, $P(\text{no A}) = 1 - P(A)$ se puede reformular como $P(A) = 1 - P(\text{no A})$.
 - $P(\text{no A}) = 1 - P(A)$ se puede reformular como $P(A) = 1 - P(\text{no A})$.
 - Esta manipulación algebraica aparentemente trivial tiene una aplicación importante, y en realidad captura la fuerza de la regla del complemento.
 - En algunos casos, cuando encontrar $P(A)$ directamente es muy complicado, podría ser mucho más fácil encontrar $P(\text{no A})$ y luego simplemente restarlo de 1 para obtener el $P(A)$ deseado.

PROBABILIDADES QUE INVOLUCRAN MÚLTIPLES EVENTOS

A menudo estaremos interesados en encontrar probabilidades que involucren múltiples eventos como:

- $P(A \text{ o } B) = P(\text{se produce el evento A o el evento B ocurre o ambos ocurren})$
- $P(A \text{ y } B) = P(\text{tanto ocurre el evento A como el evento B})$

Un problema común con la terminología se relaciona con uso que solemos dar a "o" en nuestra vida diaria. Por ejemplo, cuando un padre le dice a su hijo en una juguetería "¿Quieres el juguete A o el juguete B?", esto significa que el niño va a obtener solo un juguete y tiene que elegir entre ellos. Conseguir ambos juguetes generalmente no es una opción.

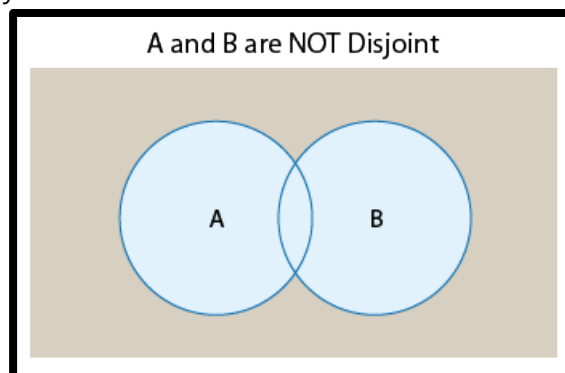
En contraste:

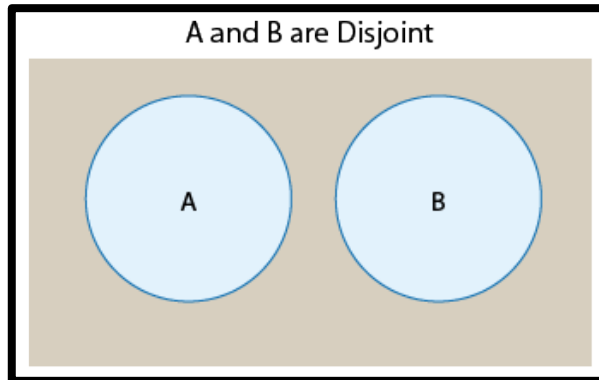
En probabilidad, "O" significa: uno u otro o ambos. Y así $P(A \text{ o } B) = P(\text{se produce el evento A o el evento B ocurre o ambos ocurren})$ Dicho esto, cabe señalar que hay algunos casos en los que es simplemente imposible que los dos eventos ocurran al mismo tiempo.

4. CUARTA REGLA DE PROBABILIDAD

La distinción entre eventos que pueden suceder juntos y aquellos que no pueden es importante.

Disjuntos: Dos eventos que no pueden ocurrir al mismo tiempo se llaman disjuntos o mutuamente excluyentes.





Debe quedar claro en el panorama que:

- en el primer caso, donde los eventos **NO** son **disjuntos**, $P(A \text{ y } B) \neq 0$
- en el segundo caso, donde los eventos **SON disjuntos**, $P(A \text{ y } B) = 0$.

Aquí hay dos ejemplos:

EJEMPLO 1:

Considera los siguientes dos eventos:

- 1: una persona elegida al azar tiene tipo de sangre A
- 2: una persona elegida al azar tiene tipo de sangre B

En casos raros, es posible que una persona tenga más de un tipo de sangre fluyendo por sus venas, pero para nuestros propósitos, vamos a asumir que cada persona puede tener solo un tipo de sangre. Por lo tanto, es imposible que los eventos A y B ocurran juntos. **Los eventos A y B son MUTUAMENTE EXCLUYENTES.**

EJEMPLO 2:

Considera los siguientes dos eventos:

- A: una persona elegida al azar tiene tipo de sangre A
- B: una persona elegida al azar es una mujer

En este caso, es **posible** que los eventos A y B ocurran juntos. **Los eventos A y B NO SON EXCLUYENTES.**

Los diagramas de Venn sugieren que otra manera de pensar sobre eventos disjuntos versus no disjuntos es que los eventos disjuntos **no se superponen**. No comparten ninguno de los posibles resultados y, por lo tanto, no pueden suceder juntos.

Por otro lado, los eventos que no son inconexos se superponen en el sentido de que comparten algunos de los posibles resultados y, por lo tanto, pueden ocurrir al mismo tiempo.

Ahora comenzamos con una regla simple para encontrar $P(A \text{ o } B)$ para eventos disjuntos.

Regla de probabilidad cuatro (La regla de adición para eventos disjuntos):

- Si A y B son eventos disjuntos, entonces $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$.

Comentario:

- Cuando se trata de probabilidades, la palabra "o" siempre estará asociada con la operación de adición; de ahí el nombre de esta regla, "La regla de adición".

EJEMPLO: Tipos de sangre

Recuerda el ejemplo del tipo de sangre:

Blood type	O	A	B	AB
Probability	0.44	0.42	0.10	0.04

Aquí hay alguna información adicional

- Una persona con tipo **A** puede donar sangre a una persona con tipo **A** o **AB**.

- Una persona con tipo **B** puede donar sangre a una persona con tipo **B** o **AB**.
- Una persona con tipo **AB** puede donar sangre a una persona con tipo **AB**
- Una persona con tipo **O** puede donar a cualquier persona.

¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un donante potencial para una persona con tipo de sangre A?

Por la información proporcionada, sabemos que ser un donante potencial para una persona con tipo de sangre A significa tener un tipo de sangre A u O.

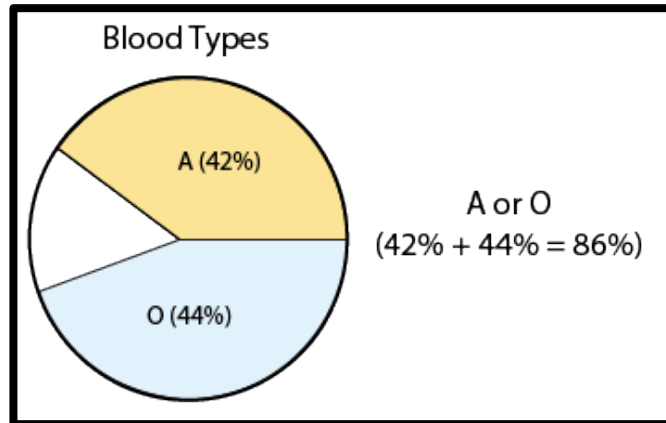
Por lo tanto, necesitamos encontrar $P(A \cup O)$. Dado que los eventos A y O son inconexos, podemos usar la regla de suma para eventos disjuntos para obtener:

$$P(A \cup O) = P(A) + P(O) = 0,42 + 0,44 = 0,86.$$

Es fácil ver por qué añadir la probabilidad realmente tiene sentido.

Si el 42% de la población tiene tipo de sangre A y el 44% de la población tiene tipo de sangre O.

Entonces $42\% + 44\% = 86\%$ de la población tiene tipo de sangre A u O, y por lo tanto son donantes potenciales a una persona con tipo de sangre A. Este razonamiento sobre por qué la regla de adición tiene sentido se puede visualizar usando el siguiente gráfico circular:



Ahora hemos terminado con la primera versión de la Regla de Suma (Regla cuatro), que es la versión restringida a eventos disjuntos. Antes de cubrir la segunda versión, primero debemos discutir $P(A \text{ y } B)$.

$$P(A \text{ y } B) = P(\text{tanto ocurre el evento A como el evento B})$$

Más adelante, discutiremos las reglas para calcular $P(A \text{ y } B)$.

En primer lugar, queremos ilustrar que no se necesita una regla siempre que pueda determinar la respuesta a través de la lógica y el conteo.

5. QUINTA REGLA DE PROBABILIDAD

Ahora estamos listos para pasar a la versión extendida de la Regla de Adición. En esta sección, aprenderemos a encontrar $P(A \text{ o } B)$ cuando A y B no son necesariamente disjuntos.

- Llamaremos a esta versión extendida la "**Regla General de Adición**" y la declararemos como **Regla de Probabilidad Cinco**.

Comenzaremos por establecer la regla y proporcionar un ejemplo similar a los tipos de problemas que generalmente preguntamos en este curso. Luego presentaremos

otro ejemplo más donde no tenemos los datos en bruto de una muestra desde la que trabajar.

Regla Cinco de Probabilidad:

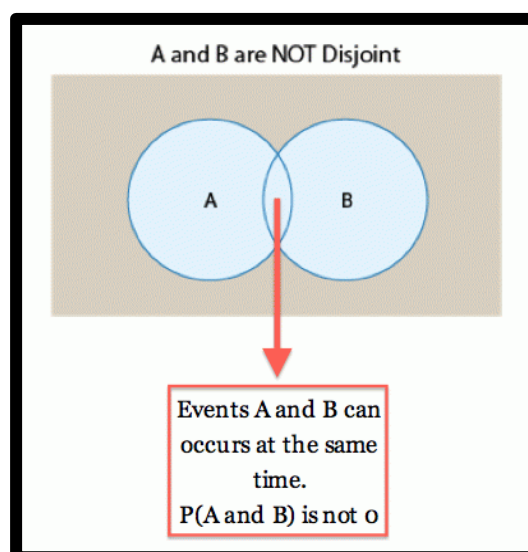
La regla general de adición: $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$.

NOTA: Lo mejor es usar la **lógica para encontrar $P(A \text{ y } B)$** , no otra fórmula.

Un error MUY común es aplicar incorrectamente la regla de multiplicación para eventos independientes cubiertos en la página siguiente. Esto solo será correcto si A y B son independientes, lo que rara vez es el caso en los datos presentados en tablas bidireccionales.

Como presenciamos en ejemplos anteriores, cuando los dos eventos no son inconexos, hay cierta superposición entre los eventos.

- Si simplemente sumamos las dos probabilidades, obtendremos la respuesta equivocada porque hemos contado alguna "probabilidad" dos veces.
- Por lo tanto, debemos restar esta probabilidad "extra" para llegar a la respuesta correcta. El diagrama de Venn y las tablas bidireccionales son útiles para visualizar esta idea.

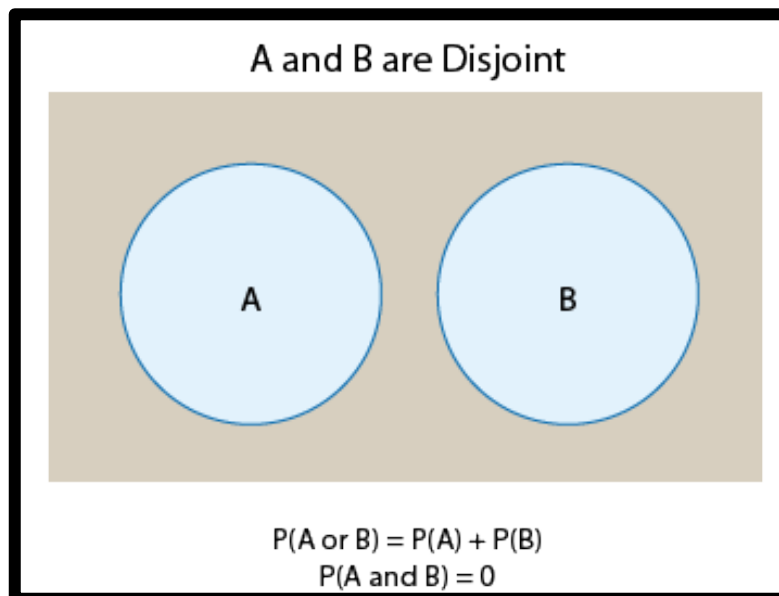


Esta regla es más general ya que funciona para cualquier par de eventos (incluso eventos disjuntos).

PRINCIPIO Y CASO ESPECIAL:

Si se puede calcular una probabilidad usando lógica y contando, no NECESITA una regla de probabilidad (aunque siempre se puede aplicar la regla correcta)

Observa que, si A y B son disjuntos, entonces $P(A \text{ y } B) = 0$ y la regla 5 se reduce a la regla 4 para este caso especial.



Revisemos el último ejemplo:

EJEMPLO: Situación periodontal y género

Considera seleccionar aleatoriamente a un individuo de los representados en la siguiente tabla con respecto al estado periodontal de los individuos y su género. El estado periodontal se refiere a la enfermedad de las encías donde los individuos están clasificados como sanos, tienen gingivitis o tienen enfermedad periodontal.

Count		periodontal status			
		healthy	gingivitis	perio	Total
GENDER	male	1143	929	937	3009
	female	2607	1490	921	5018
Total		3750	2419	1858	8027

Repasemos lo que hemos aprendido hasta ahora. Podemos calcular cualquier probabilidad en este escenario si podemos determinar cuántos individuos satisfacen el evento o combinación de eventos.

- $P(\text{Hombre}) = 3009/8027 = 0,3749$
- $P(\text{Mujer}) = 5018/8027 = 0,6251$
- $P(\text{Saludable}) = 3750/8027 = 0,4672$
- $P(\text{No saludable}) = P(\text{Gingivitis o Perio}) = (2419 + 1858)/8027 = 4277/8027 = 0.5328$

También podríamos calcular esto usando la regla del complemento: $1 - P(\text{Saludable})$

También encontramos que

- $P(\text{Hombre Y Saludable}) = 1143/8027 = 0,1424$

Count		periodontal status			
		healthy	gingivitis	perio	Total
GENDER	male	1143	929	937	3009
	female	2607	1490	921	5018
Total		3750	2419	1858	8027

Recordar la regla 5, $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$. Ahora usamos esta regla para calcular $P(\text{Hombre O Saludable})$

$$P(\text{Hombre o Saludable}) = P(\text{Hombre}) + P(\text{Saludable}) - P(\text{Hombre y Saludable}) = 0,3749 + 0,4672 - 0,1424 = 0,6997 \text{ o alrededor del } 70\%$$

Resolvimos esta pregunta antes simplemente contando cuántos individuos son hombres o sanos o ambos. La siguiente imagen ilustra los valores que necesitamos combinar. Necesitamos contar

- Todos los hombres
- Todos los individuos sanos
- PERO, ¡¡No se debe contar a nadie dos veces!!

Count		periodontal status			Total
		healthy	gingivitis	perio	
GENDER	male	1143	929	937	3009
	female	2607	1490	921	5018
Total		3750	2419	1858	8027

Utilizando este enfoque lógico encontraríamos

$$P(\text{Hombre o Saludable}) = (1143 + 929 + 937 + 2607)/8027 = 5616/8027 = 0,6996$$

Tenemos una diferencia menor en nuestras respuestas en el último decimal debido al redondeo que ocurrió cuando calculamos $P(\text{Hombre})$, $P(\text{Saludable})$ y $P(\text{Hombre y Saludable})$ y luego aplicamos la regla 5.

Claramente la respuesta es efectivamente la misma, alrededor del 70%. Si lleváramos nuestras respuestas a posiciones más decimales o si usáramos las fracciones originales, podríamos eliminar esta pequeña discrepancia por completo.

Veamos un último ejemplo para ilustrar la Regla de Probabilidad 5 cuando se necesita la regla, es decir, cuando no tenemos datos reales.

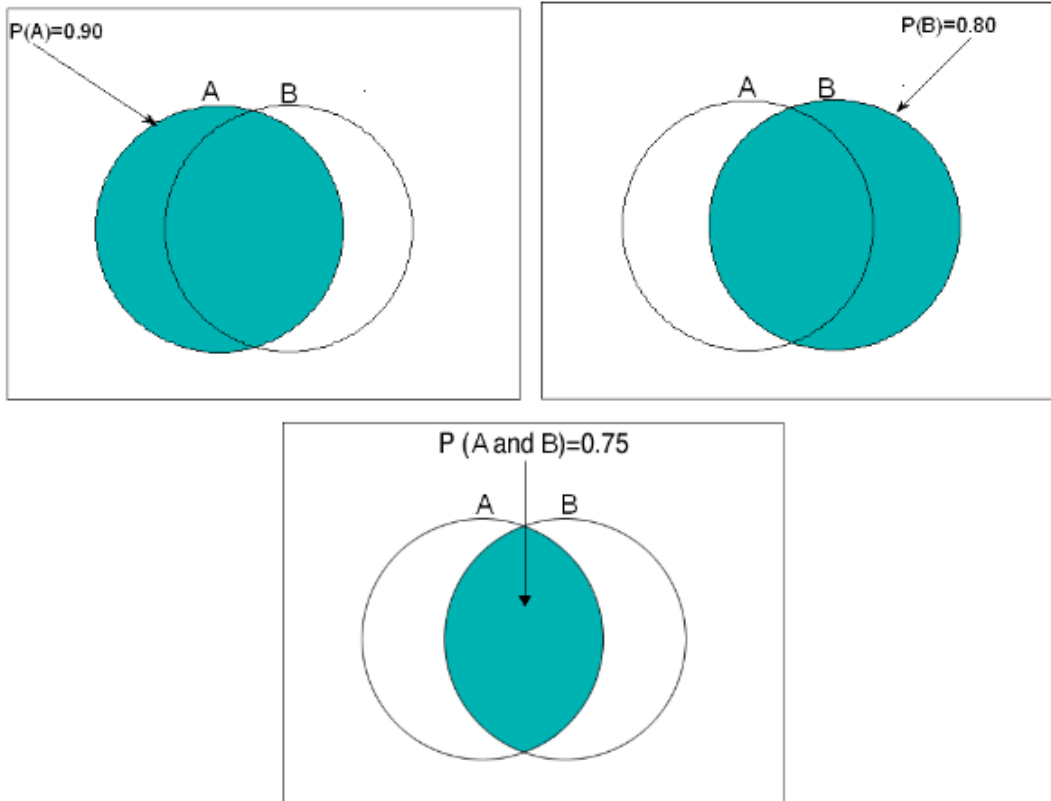
EJEMPLO: ¡Entrega importante!

Es vital que un determinado documento llegue a su destino en el plazo de un día. Para maximizar las posibilidades de entrega a tiempo, se envían dos copias del documento utilizando dos servicios, el servicio A y el servicio B. Se sabe que las probabilidades de entrega a tiempo son:

- 0,90 para el servicio A (**$P(A) = 0,90$**)
- 0,80 para el servicio B (**$P(B) = 0,80$**)
- 0,75 para ambos servicios a tiempo (**$P(A \text{ y } B) = 0,75$**)

(Toma en cuenta que A y B no son **disjuntos**. Pueden ocurrir junto con la probabilidad 0,75.)

Los diagramas de Venn a continuación ilustran las probabilidades $P(A)$, $P(B)$ y $P(A \text{ y } B)$:

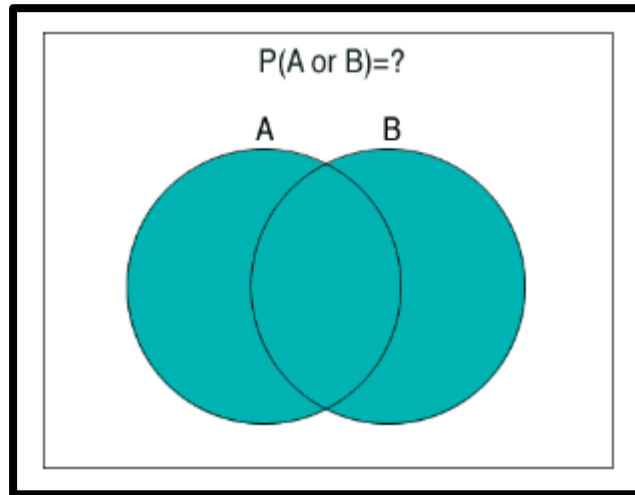


En el contexto de este problema, la obvia cuestión de interés es:

¿Cuál es la probabilidad de entrega puntual del documento utilizando esta estrategia (de enviarlo a través de ambos servicios)?

El documento llegará a su destino a tiempo siempre que se entregue a tiempo por el servicio A o por el servicio B o por ambos servicios. En otras palabras, cuando ocurre el evento A o el evento B ocurre o ambos ocurren. Así que:

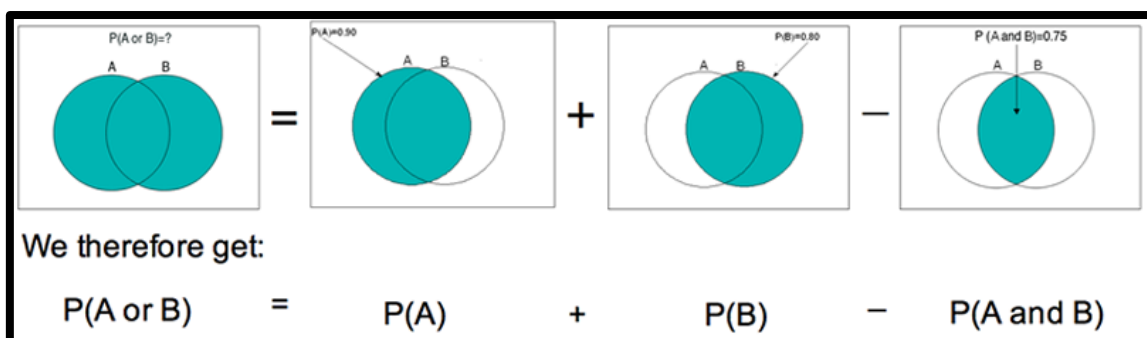
$P(\text{entrega a tiempo usando esta estrategia}) = P(\mathbf{A \cup B})$, que está representado por la región sombreada en el diagrama siguiente:



Ahora podemos

- utilizar los tres diagramas de Venn que representan **P(A)**, **P(B)** y **P(A y B)**
- para ver que podemos encontrar **P(A o B)** añadiendo **P(A)** (representado por el círculo izquierdo) y **P(B)** (representado por el círculo derecho),
- luego restando **P(A y B)** (**representado por la superposición**), ya que lo incluimos dos veces, una como parte de P(A) y otra como parte de P(B).

Esto se muestra en la siguiente imagen:



Si aplicamos esto a nuestro ejemplo, encontramos que:

$$P(A \text{ o } B) = P(\text{entrega a tiempo usando esta estrategia}) = 0,90 + 0,80 - 0,75 = 0,95.$$

Así que nuestra estrategia de usar dos servicios de entrega aumenta nuestra probabilidad de entrega a tiempo a 0,95.

Mientras que los diagramas de Venn fueron geniales para visualizar la Regla General de Suma, en casos como estos es mucho más fácil mostrar la información y trabajar con una tabla bidireccional de probabilidades, al igual que examinamos la relación entre dos variables categóricas en la sección Análisis de Datos Exploratorios.

Simplemente le mostraremos la tabla, no cómo la derivamos, ya que no se le pedirá que lo haga por nosotros. Deberías ser capaz de ver que algo de lógica y simple suma/sustracción es todo lo que usamos para rellenar la siguiente tabla.

P(A and B)= P(on-time delivery by both services)					P(A and Not B)= P(on-time delivery ONLY by service A)	
		B	not B	Total		
A	.75	.15	.90			
not A	.05	.05	.10			
Total	.80	.20	1.00			
P(Not A and B)= P(on-time delivery ONLY by service B)					P(Not A and Not B)= P(Neither service A nor B delivered on-time)	

Cuando se utiliza una tabla bidireccional, debemos recordar mirar toda la fila o columna para encontrar probabilidades generales que involucren solo A o solo B.

$P(A) = 0,90$ significa que en el 90% de los casos en que se utiliza el servicio A, entrega el documento a tiempo. Para encontrar esto, observamos la probabilidad total de la fila que contiene A. Al encontrar $P(A)$, no sabemos si B sucede o no.

	B	not B	Total
A	.75	.15	.90
not A	.05	.05	.10
Total	.80	.20	1.00

$P(B) = 0,80$ significa que en el 80% de los casos en que se utiliza el servicio B, entrega el documento a tiempo. Para encontrar esto, observamos la probabilidad total de la columna que contiene B. Al encontrar $P(B)$, no sabemos si A sucede o no.

	B	not B	Total
A	.75	.15	.90
not A	.05	.05	.10
Total	.80	.20	1.00

RESUMEN GENERAL

1. La Regla de Probabilidad #1 establece:

$$\text{Para cualquier evento A, } 0 \leq P(A) \leq 1$$

2. La regla de probabilidad #2 establece:

La suma de las probabilidades de todos los resultados posibles es 1

3. La Regla del Complemento (#3) establece:

$$P(\text{no A}) = 1 - P(A)$$

o cuando se reorganiza

$$P(A) = 1 - P(\text{no } A)$$

Esta última representación de la Regla del Complemento es especialmente útil cuando necesitamos encontrar probabilidades de eventos del tipo "al menos uno de ..."

4. La Regla General de Suma (#5) establece que para dos eventos cualesquiera,

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B),$$

donde, por $P(A \text{ o } B)$ queremos decir $P(A \text{ ocurre o } B \text{ ocurre o ambos})$.

En el caso especial de eventos **disjuntos**, eventos que no pueden ocurrir juntos, la Regla General de Suma se puede reducir a la Regla de Suma para Eventos Disjuntos (#4), que es

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B). *$$

*SÓLO usála cuando estés CONVENCIDO/A, los eventos son disjuntos (NO se superponen)

5. La **versión restringida** de la regla de adición (para eventos disjuntos) **se puede extender fácilmente** a más de dos eventos.

Referencias Bibliográficas:

University Of Florida Health (UF), Introduction to Probability (2018). Mph/Ufl