

BIOESTADÍSTICA BÁSICA

MEDIDAS DE FORMA

DISTRIBUCIÓN NORMAL & ESTÁNDAR

PROBABILIDADES/ BAYES

CLASE 3

MEDIDAS DE FORMA

Permiten conocer qué forma tiene la curva que representa la serie de datos de la muestra.

Se clasifican en: asimetría & curtosis

Asimetría: mide si la curva tiene o no, una forma simétrica

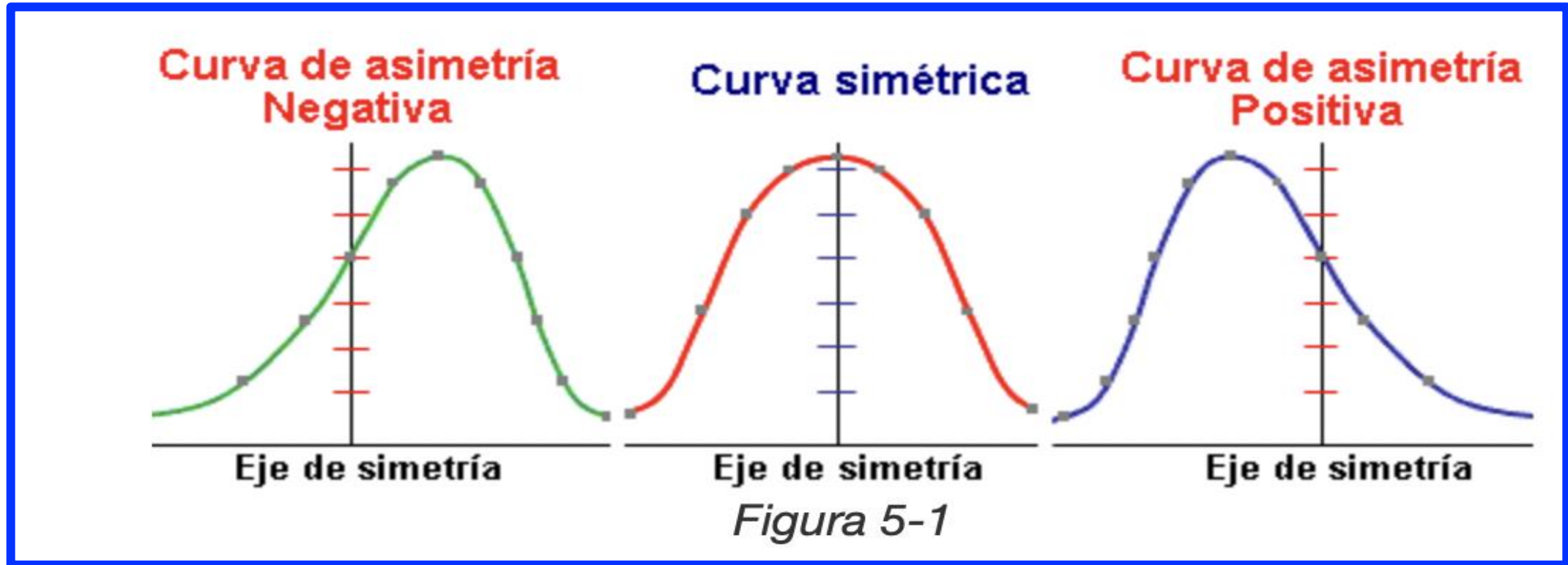
Curtosis: mide si los valores de la distribución están más o menos concentrados alrededor de los valores medios de la muestra.

ASIMETRÍA

Mide el grado de asimetría de la distribución de sus datos en torno a la media.

Las colas de la variable están constituidas por los valores alejados de la media (valores extremos).

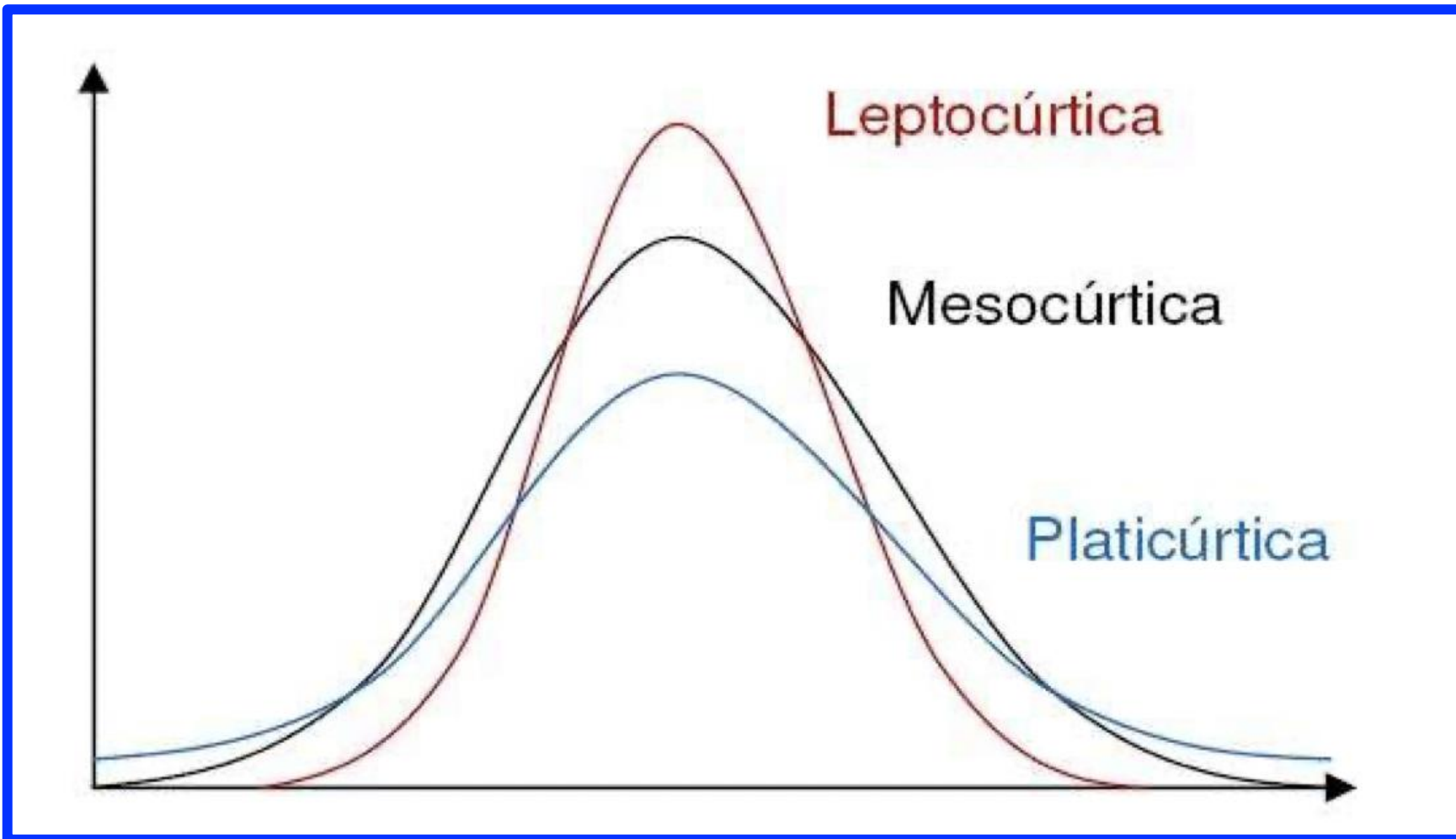
Una variable es asimétrica si su cola tiene un lado más largo que otro, y simétrica si ambas colas son iguales.



- ❖ Si $As > 0$ / derecha / la cola derecha es más larga / +
- ❖ Si $AS = 0$ / simétrica / ambas colas son iguales
- ❖ Si $AS < 0$ / izquierda / la cola izquierda es más larga / -

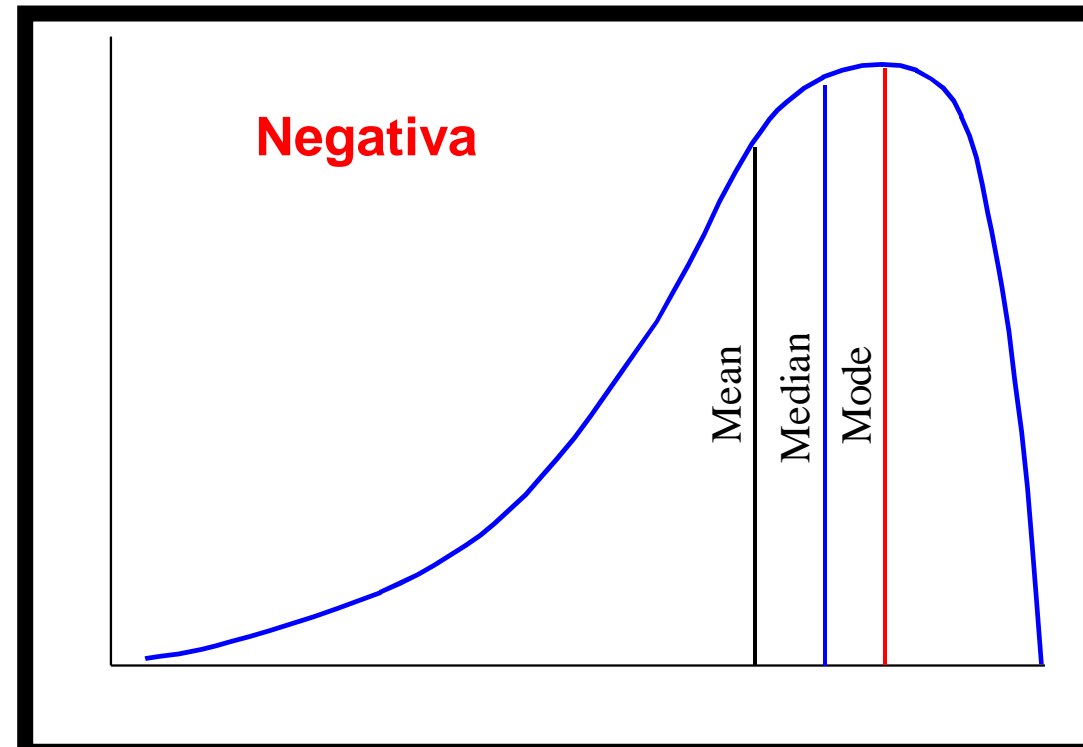
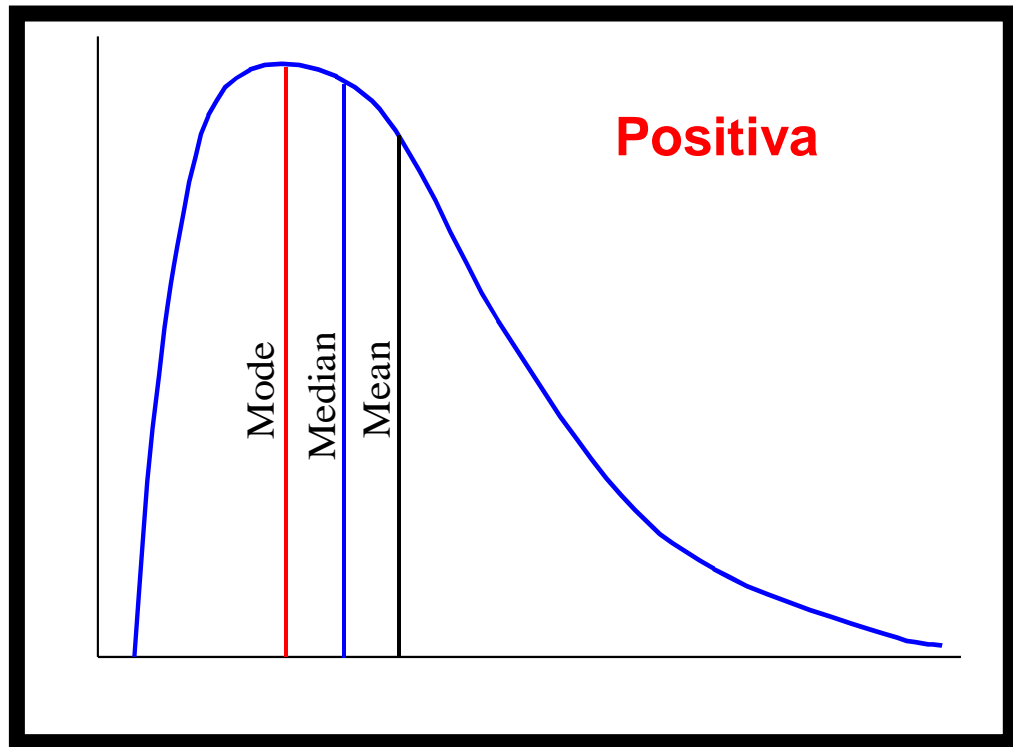
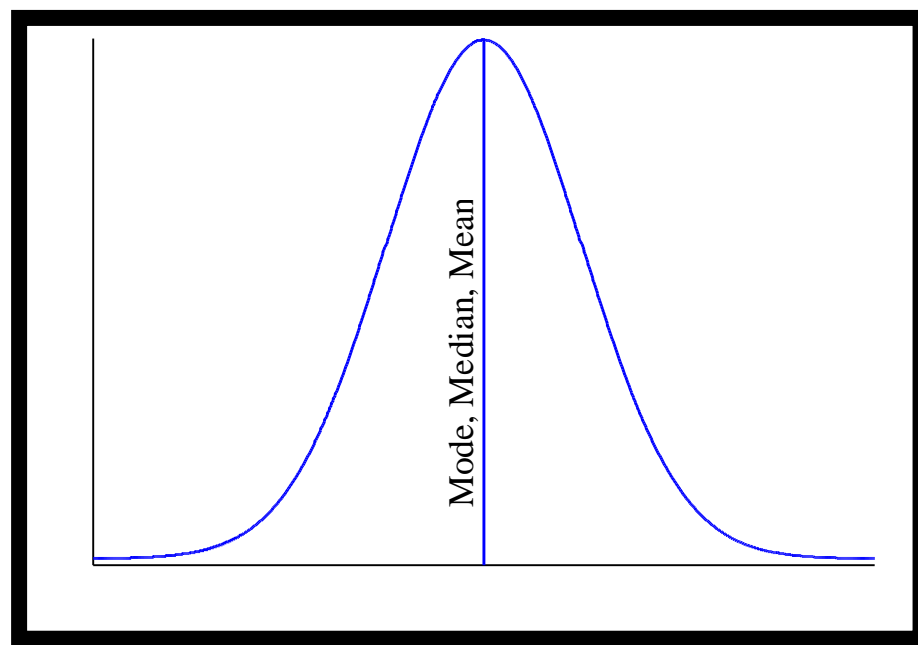
CURTOSIS O APUNTAMIENTO

Mide el grado de concentración de los valores que toma en torno a la media.



- ❖ Leptocúrtica $K > 0$: los valores están concentrados en torno a la media, hay pocos valores extremos.
- ❖ Mesocúrtica $K = 0$: Tratar como una distribución normal.
- ❖ Platicúrtica $K < 0$: Hay muchos valores extremos (dispersión).

**¿QUÉ SUCEDE SI LA
DISTRIBUCIÓN DE
DATOS ES
PERFECTAMENTE
SIMÉTRICA?**





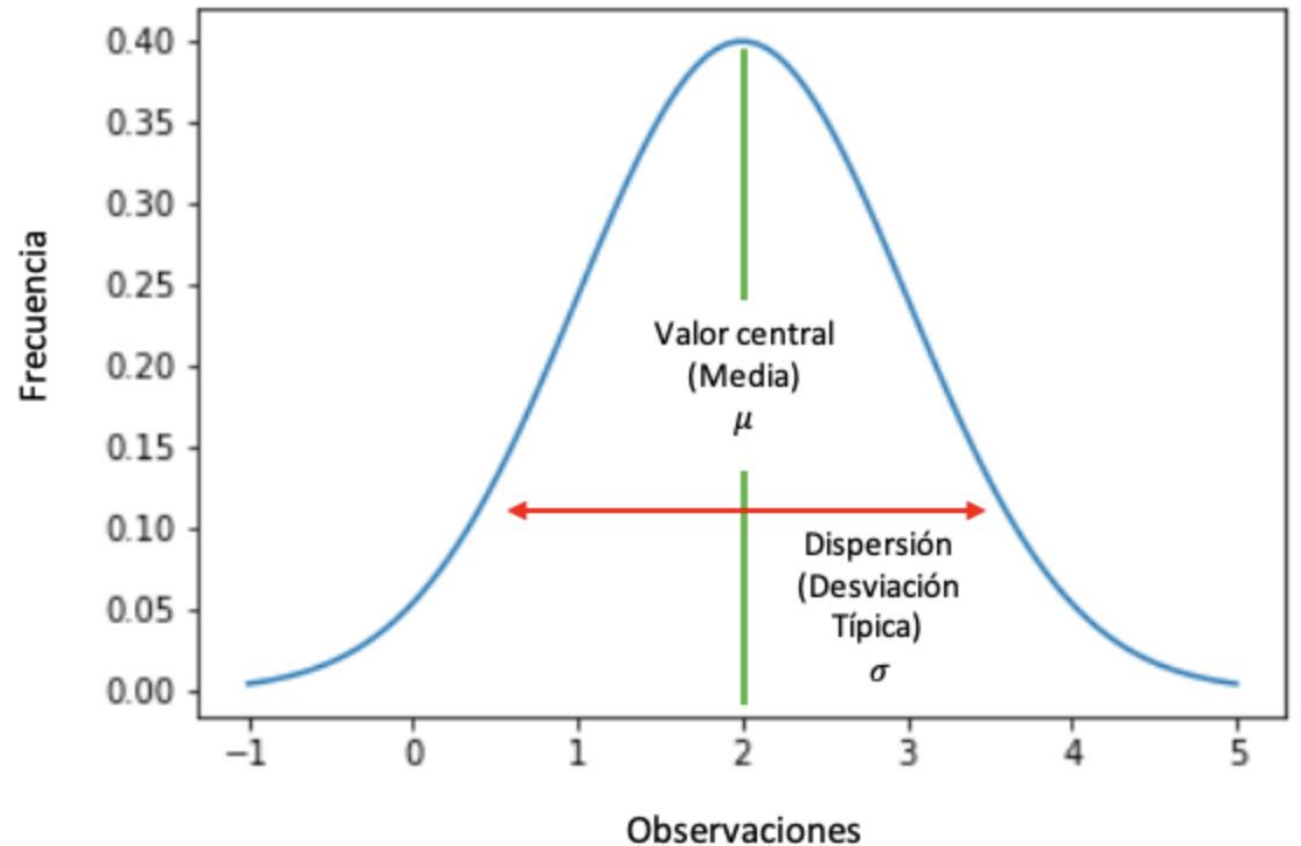
**DISTRIBUCIÓN
NORMAL**



PARA QUÉ NOS SIRVE?

Se puede calcular la probabilidad de que varios valores ocurran dentro de ciertos rangos o intervalos.

La distribución normal o distribución de Gauss representa la forma en la que se distribuyen los diversos valores numéricos de las variables cuantitativas.



Función de densidad de una distribución normal.

PROPIEDADES DE LA CURVA NORMAL

1

- Toma en cuenta la **media**(μ) y la **desviación estándar**(σ).

2

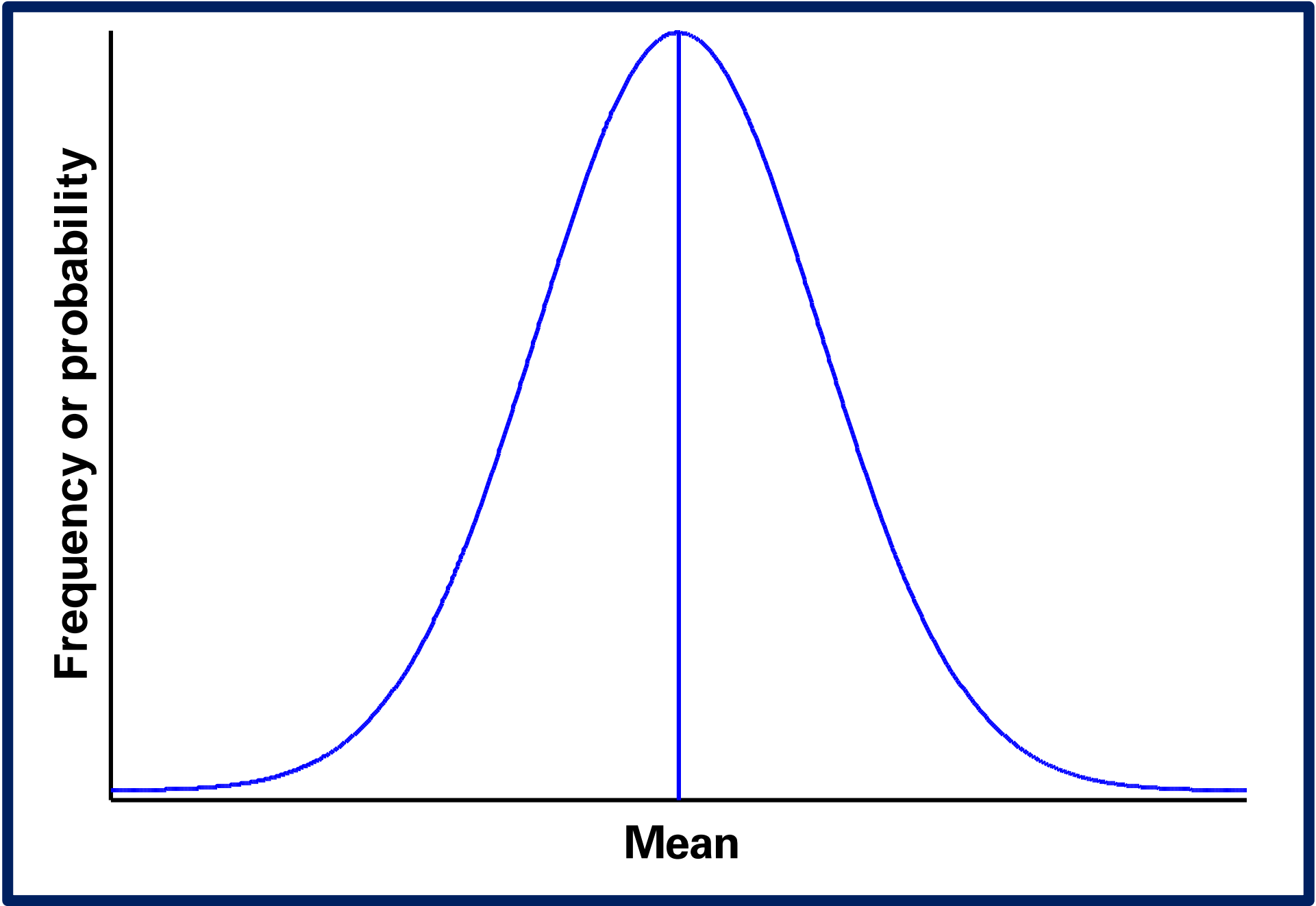
- El **área bajo la curva** es igual a 1.

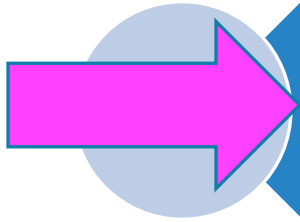
3

- Es **simétrica** respecto al centro, o a la media. El 50% de los valores son mayores que la media, y 50% de los valores son menores que la media.

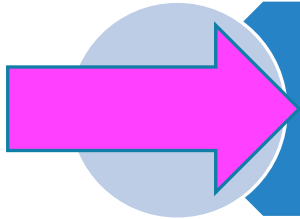
4

- La **media es igual a la mediana y a la moda**.

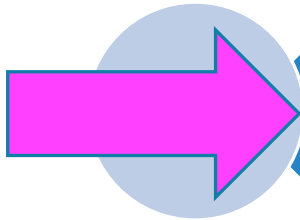




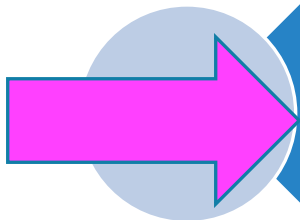
La distribución normal se define por la desviación estándar y media, de un conjunto de datos cuantitativos / numéricos.



La media determina la ubicación de la curva en el eje x de un gráfico y la desviación estándar determina la altura de la curva en el eje y.



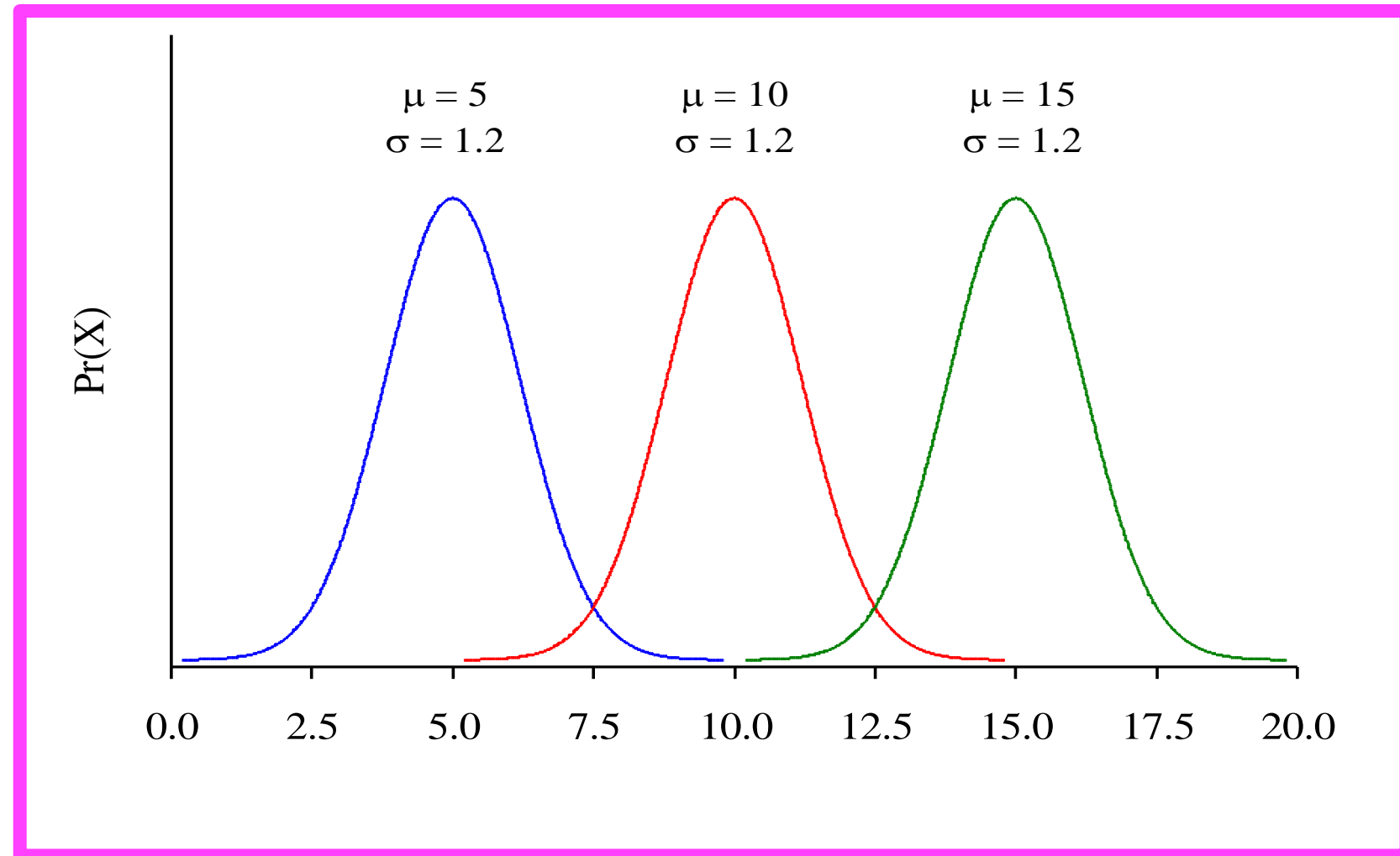
Si cambia la media, la distribución se desplaza en su eje x; si cambia la desviación estándar, cambia la extensión de la distribución.



Es importante recordar que hay un número infinito de distribuciones normales, una por cada combinación posible de media y desviación estándar.

Estos son ejemplos de tres distribuciones normales. Cada distribución tiene una media diferente, pero la misma desviación estándar.

Por lo tanto, los gráficos se desplazan a diferentes lugares en el eje x, debido a las diferentes medias, pero las formas son idénticas porque la desviación estándar es la misma.



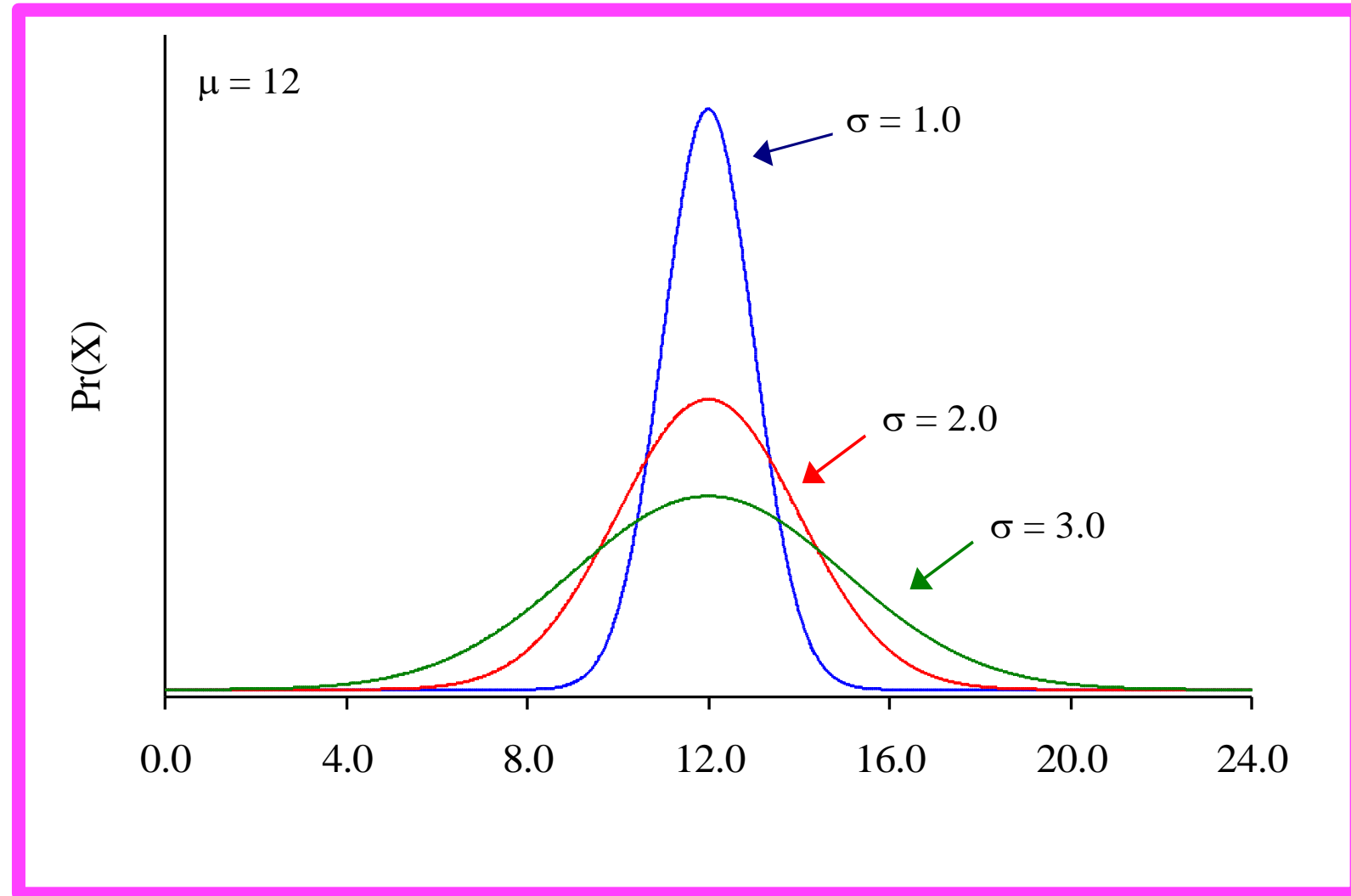
*Pr (X) en el eje y se refiere a frecuencia o probabilidad.

Estas tres distribuciones normales tienen todas la misma media, pero diferentes desviaciones estándar.

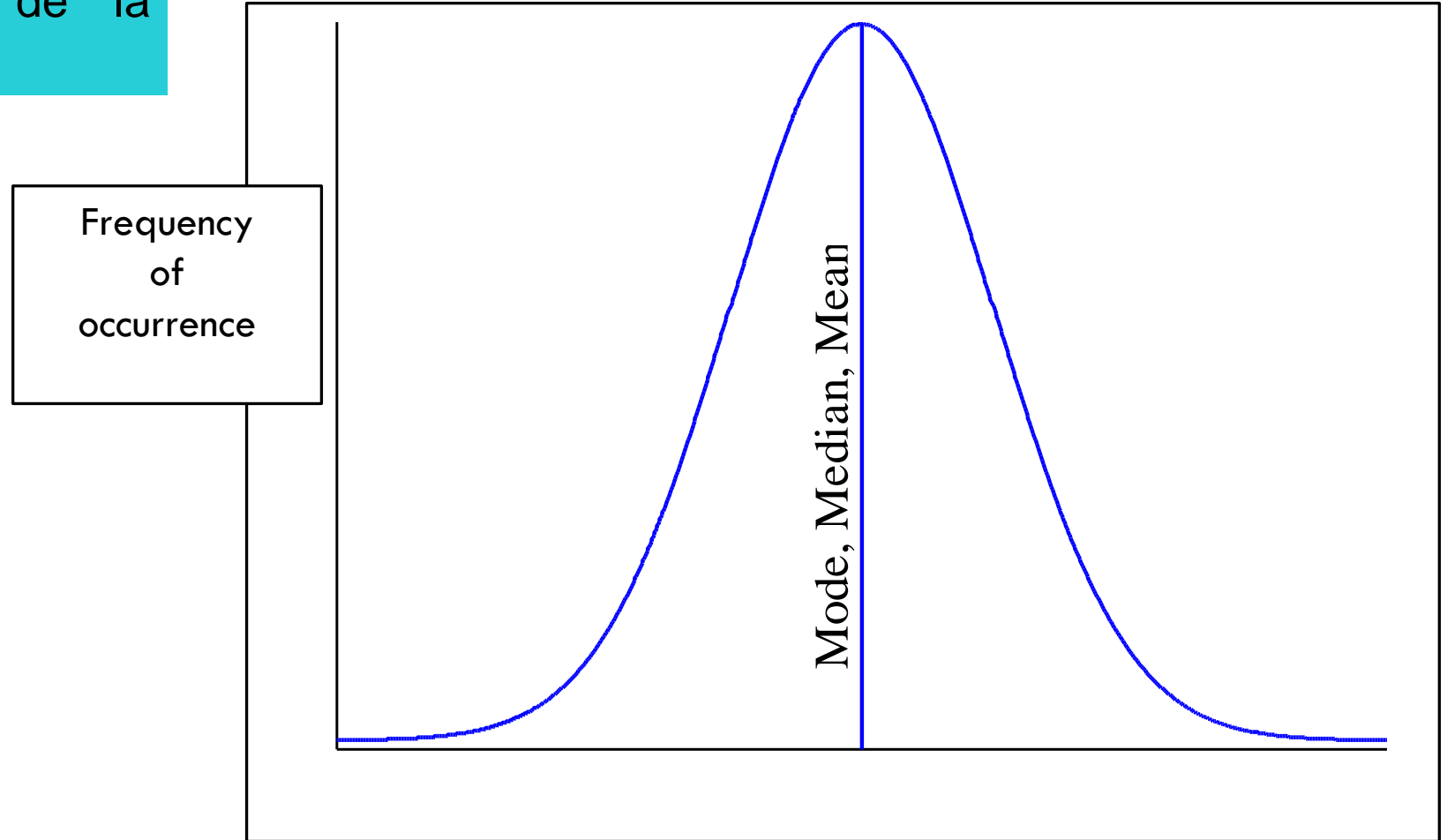
Los cambios en la desviación estándar dan como resultado cambios en la forma de la distribución, sin afectar el punto medio.

Una desviación estándar más pequeña da como resultado una curva más estrecha y puntiaguda.

Una desviación estándar mayor da como resultado una curva más ancha y plana.



Cuando los datos se distribuyen normalmente, la moda, la mediana y la media son idénticas y se encuentran en el centro de la distribución.

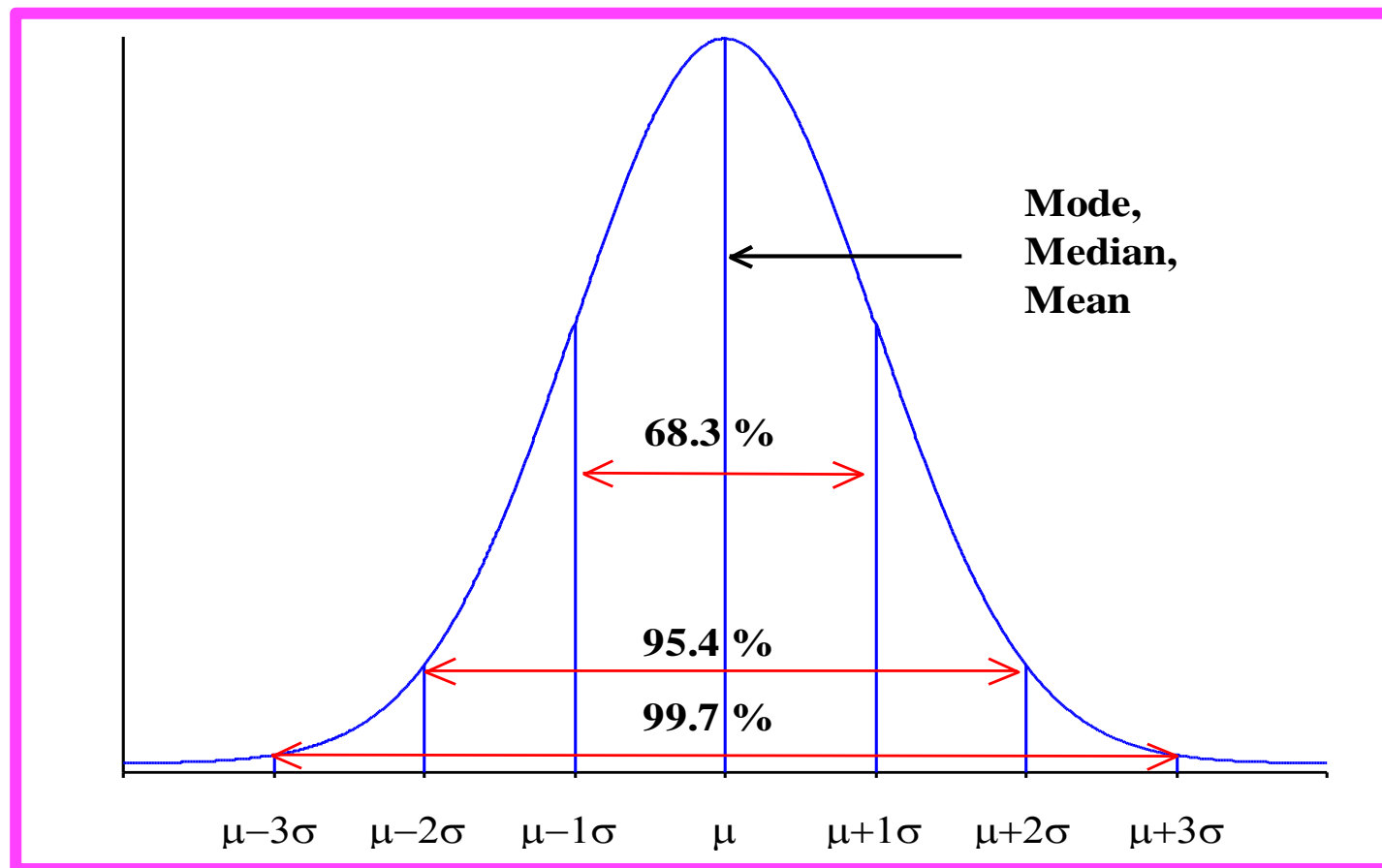


Cuando los datos se distribuyen normalmente con la moda, la mediana y la media en el centro de la curva

El 68,3% de las observaciones se encuentran entre la media y una desviación estándar a cada lado de la media, señaladas como $+ o - 1$ desviación estándar.

El 95,4% de las observaciones se encuentran entre la media y $+ o - 2$ desviaciones estándar

El 99,7% de las observaciones se encuentran entre la media y $+ o - 3$ desviaciones estándar.



PERO...

Existen miles de probabilidades para armar una distribución normal:

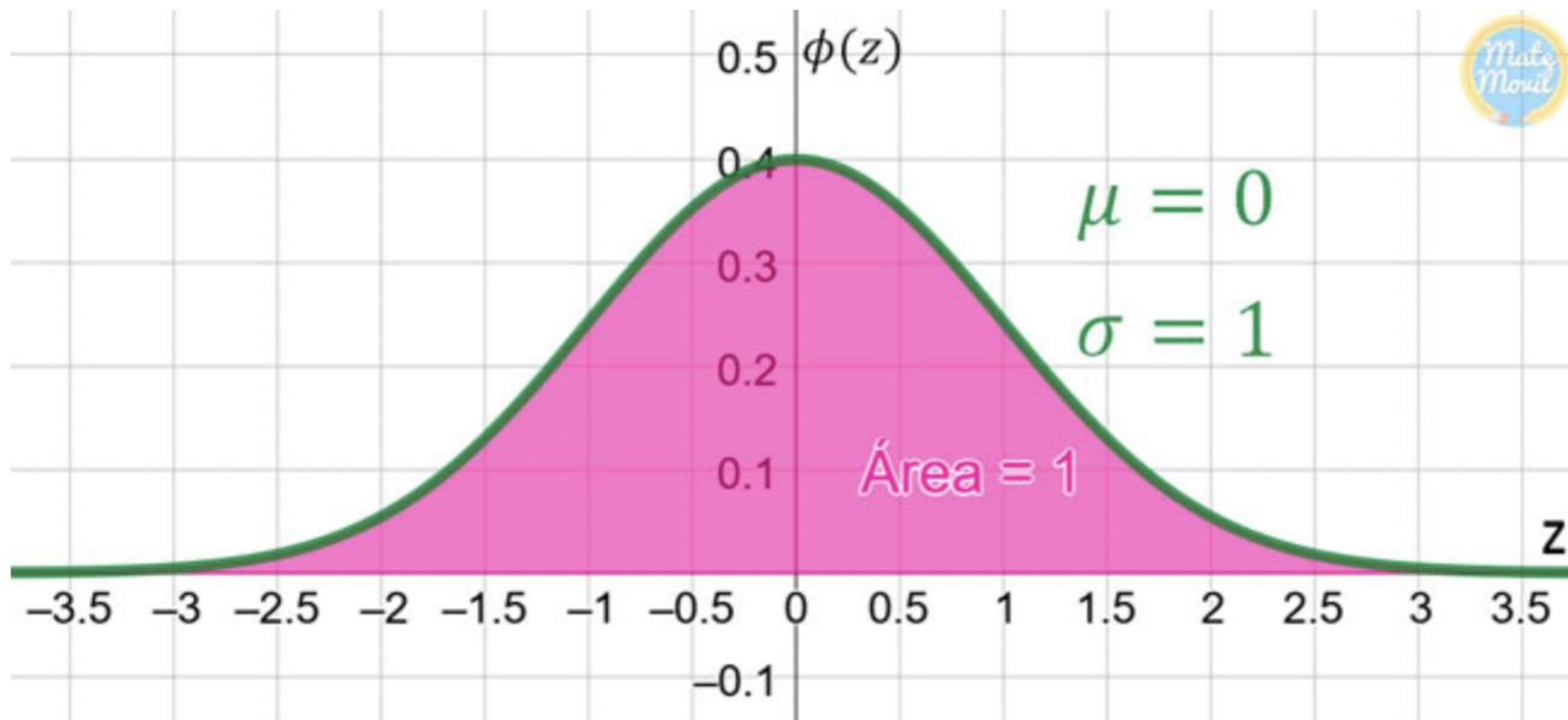
Media 7 – Desviación estándar de 1,5

Media 3 – Desviación estándar de 2,8

Esto equivale a miles de tablas para encontrar la probabilidad. Dado que eso no es práctico se estandariza la distribución con la tipificación de la variable aleatoria X a Z la cual sigue una **distribución normal de media 0 y desviación estándar 1**. Por lo tanto se utiliza una tabla estandarizada, la tabla Z .

Para encontrar las probabilidades o cantidad de datos entre determinados valores de la variable, se calcula el área bajo la curva normal, que se encuentra en la tabla z o tabla de áreas bajo la curva normal estandarizada.

La prueba Z más simple es la prueba Z de una muestra, la cual evalúa la media de una población normalmente distribuida con varianza conocida.



1

- Una distribución normal con una media de 0 y una sd de 1

2

- La distribución también se llama distribución z

3

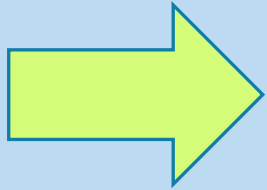
- Cualquier distribución normal se puede convertir a la distribución normal estándar mediante la transformación z

4

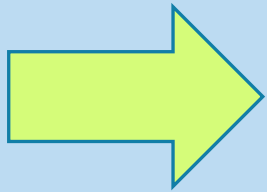
- El valor transformado se llama puntuación z

La fórmula para transformar datos en puntuaciones z es X (el valor) - μ (la media de la población) dividida para σ , la desviación estándar de la población. Las puntuaciones z transformadas se pueden utilizar para determinar las áreas bajo la curva para cualquier distribución normal.

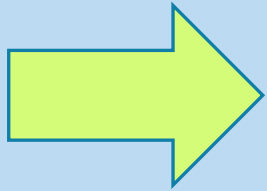
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$



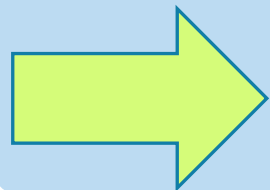
La distribución normal surge de datos esenciales de la Media y Desviación Estándar.



En la distribución normal estándar los valores se asocian a **PROBABILIDADES**. Aquí el valor de la media se transforma en 0 es decir se separa en dos partes iguales a la distribución.



Las probabilidades en donde se encuentra la curva provienen de una integral.



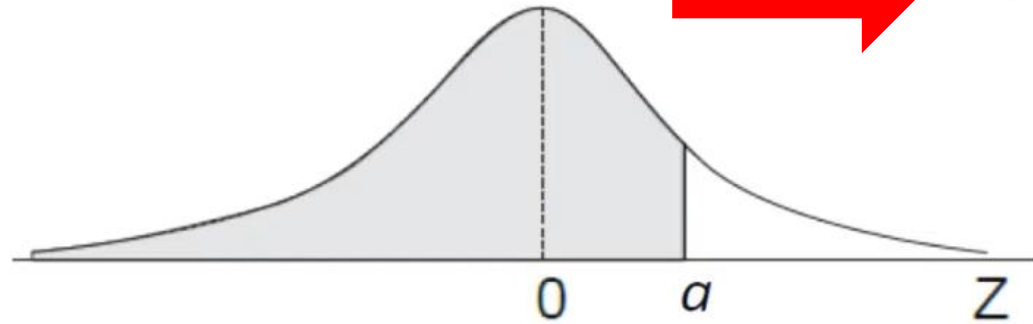
Esos son los porcentajes de la curva para funcionarlas se usa la Tipificación = ajustar a lo que tienen en común las distribuciones a través de z . Esta ecuación vincula las dos.

3 PROPIEDADES PARA RESOLVER LA CURVA NORMAL

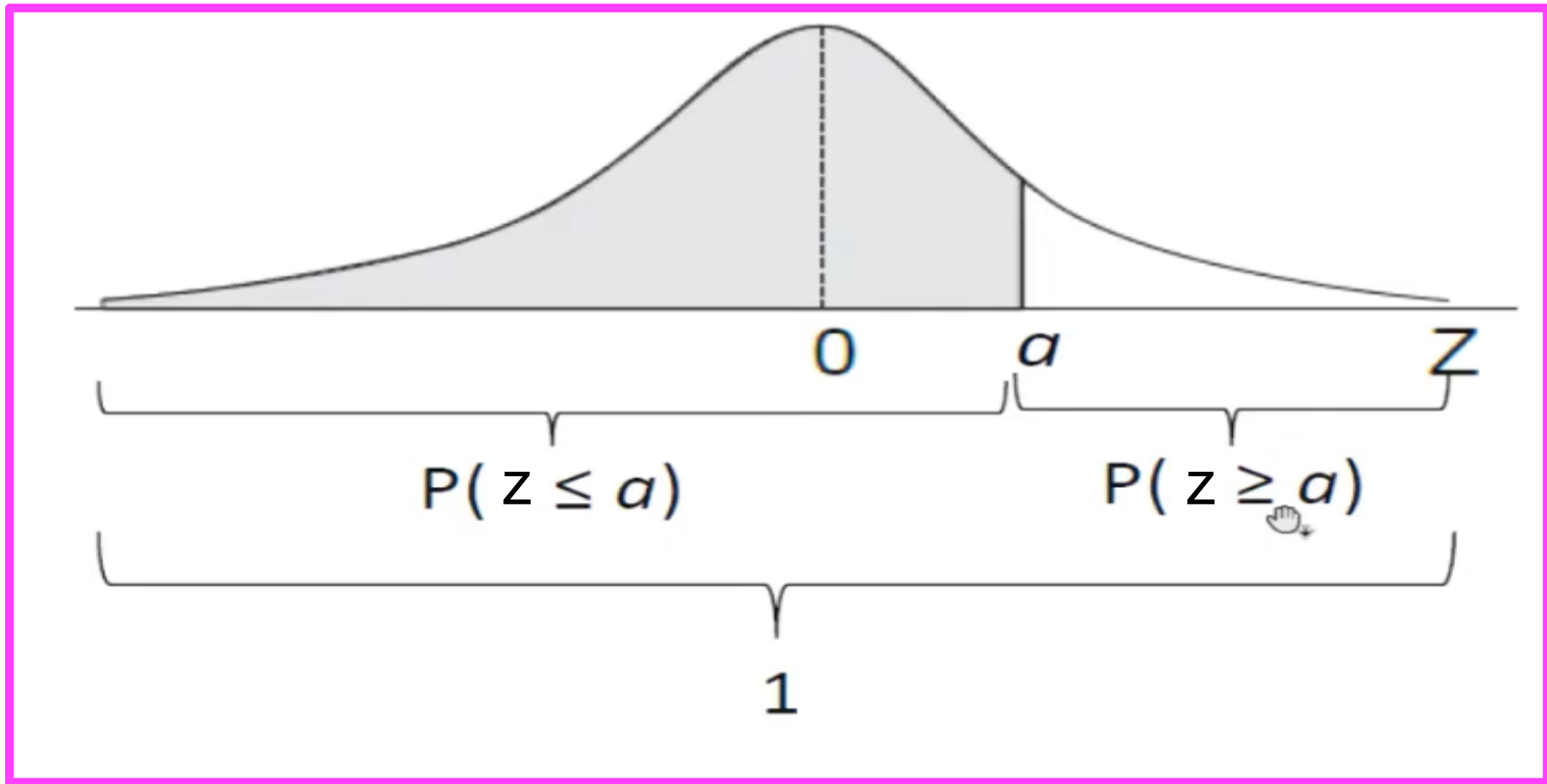


IMPORTANTE: Las tablas están hechas para analizar a los valores menores de Z no mayores.

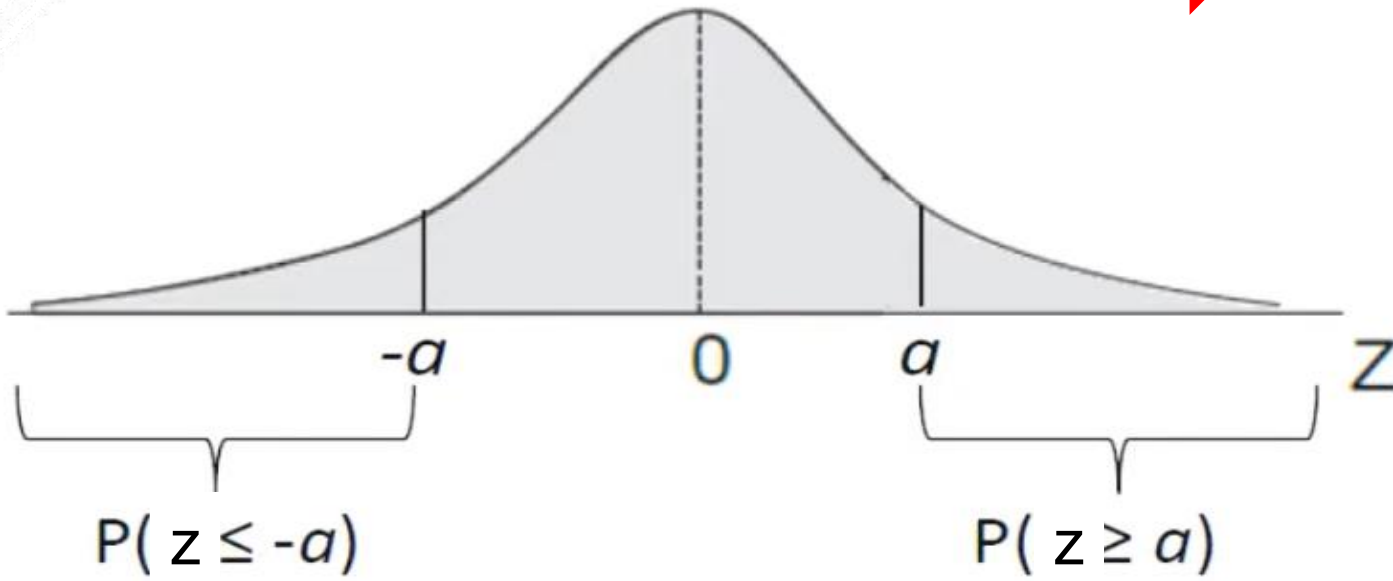
- Propiedades



1) $P(Z \geq a) = 1 - P(Z \leq a)$



La $P(Z \leq a) + P(Z \geq a) = 1$ porque la tabla no contiene todos los valores.

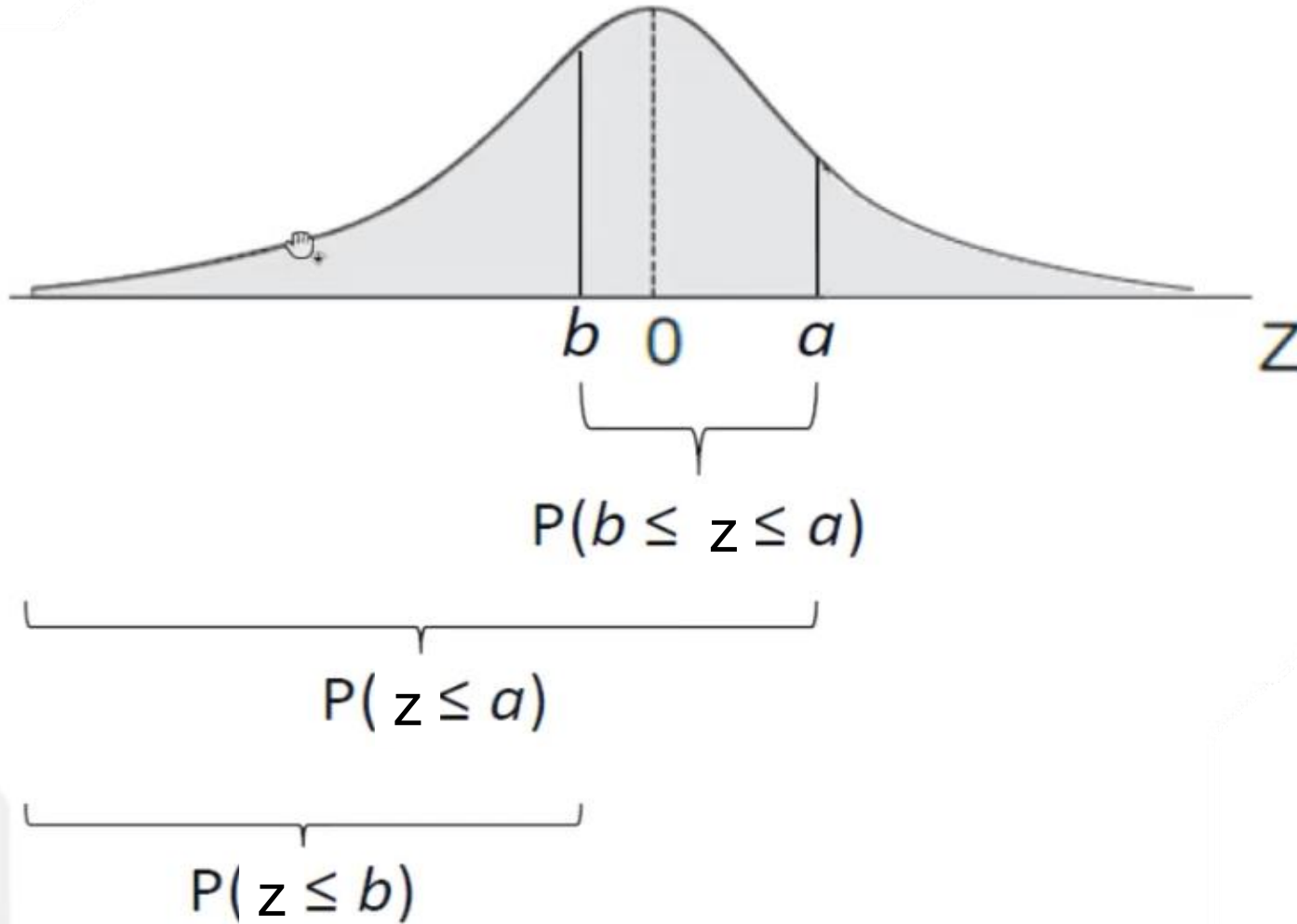


$$2) \quad P(Z \leq -a) = P(Z \geq a)$$

**SON SIMÉTRICOS
RESPECTO A 0**



$$3) P(b \leq Z \leq a) = P(Z \leq a) - P(Z \leq b)$$

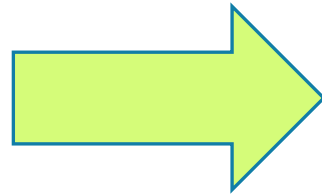


EJERCICIOS |

Supongamos que se sabe que el peso de los sujetos de una determinada población sigue una distribución aproximadamente normal, con una media de 80 Kg y una desviación estándar de 10 Kg.

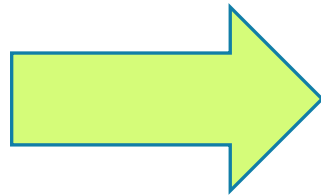
1. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona, elegida al azar, tenga un peso superior a 100 Kg?
2. ¿Cuál la probabilidad de que el peso de un sujeto esté entre 60 y 100 Kg

$$Z = \frac{X - 80}{10}$$



$$Z = \frac{100 - 80}{10} = 2$$

$$P(Z) > 2$$



$$P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2)$$

z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000

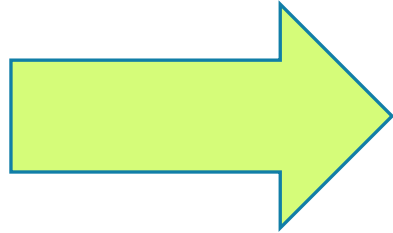


$$P(Z > 2) = 1 - P(0,9772)$$

Por lo tanto, la probabilidad buscada de que una persona elegida aleatoriamente de esa población tenga un peso mayor de 100 Kg , es de $1-0.9772=0.0228$, es decir, aproximadamente de un 2.3%.

2. La probabilidad de que el peso de un sujeto esté entre 60 y 100 Kg:

$$Z = \frac{X - 80}{10}$$



$$Z = \frac{60 - 80}{10} = -2$$

$$Z = \frac{100 - 80}{10} = 2$$

z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3	0.0013	0.0010	0.0007	0.0005	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

$$P(b \leq Z \leq a) = P(Z \leq a) - P(Z \leq b)$$

$$P(Z \leq 2) - P(Z \leq -2)$$
$$P(Z \leq 0,9772) - P(Z \leq 0,0228)$$

Finalmente, la probabilidad buscada de que una persona elegida al azar tenga un peso entre 60 y 100 Kg., es de $0.9772 - 0.0228 = 0.9544$, es decir, aproximadamente de un 95%.

EJEMPLO: Duración de un embarazo humano

La duración (en días) de un embarazo humano elegido al azar es una variable aleatoria normal con media (μ , μ) = 266 y desviación estándar (σ , σ) = 16 días.

- (a)** ¿Cuál es la probabilidad de que un embarazo elegido al azar dure menos de 246 días?
- (b)** ¿Cuál es la probabilidad de que un embarazo elegido al azar dure más de 240 días?
- (c)** ¿Cuál es la probabilidad de que un embarazo elegido al azar dure más de 500 días?
- (d)** Supongamos que el marido de una mujer embarazada ha programado sus viajes de negocios para que esté en la ciudad entre los días 235 y 295. ¿Cuál es la probabilidad de que el nacimiento tenga lugar durante ese tiempo?

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un embarazo elegido al azar dure menos de 246 días?

Desde $(246 - 266) / 16 = -1,25$, escribimos

$$\mathbf{P(X < 246) = P(Z < -1,25) = 0,1056}$$

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que un embarazo elegido al azar dure más de 240 días?

Desde $(240 - 266) / 16 = -1,63$, escribimos

$$\mathbf{P(X > 240) = P(Z > -1,63) = P(Z < +1,63) = 0,9484}$$

Dado que la media es de 266 y la desviación estándar es de 16, la mayoría de los embarazos duran más de 240 días.

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que un embarazo elegido al azar dure más de 500 días?

Método 1:

El sentido común nos dice que esto sería **imposible**.

Método 2:

El valor estandarizado de 500 es $(500 - 266) / 16 = +14.625$.

$$\mathbf{P(X > 500) = P(Z > 14.625) = 0.}$$

(d) Supongamos que el marido de una mujer embarazada ha programado sus viajes de negocios para que esté en la ciudad entre los días 235 y 295. ¿Cuál es la probabilidad de que el nacimiento tenga lugar durante ese tiempo?

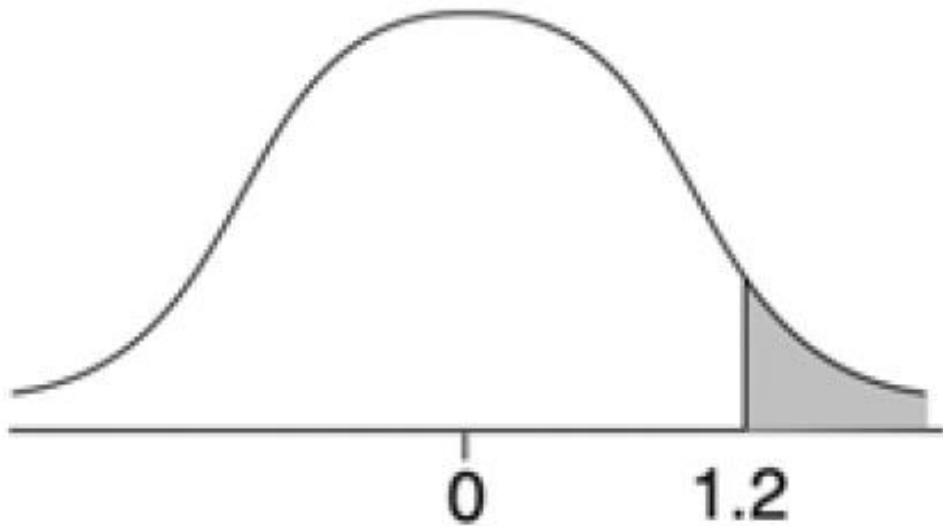
Los valores estandarizados son $(235 - 266) / 16 = -1,94$ y $(295 - 266) / 16 = +1,81$.

$$\mathbf{P(235 < X < 295) = P(-1,94 < Z < +1,81) = P(Z < +1,81) - P(Z < -1,94) = 0,9649 - 0,0262 = 0,9387.}$$

Hay cerca de un 94% de probabilidades de que el marido esté en la ciudad para el nacimiento.

Si $Z \sim N(0,1)$ encuentra:

$P(Z > 1,2)$



$$P(Z \geq a) = 1 - P(Z \leq a)$$

$$P(Z > 1,2) = 1 - P(Z < 1,2)$$

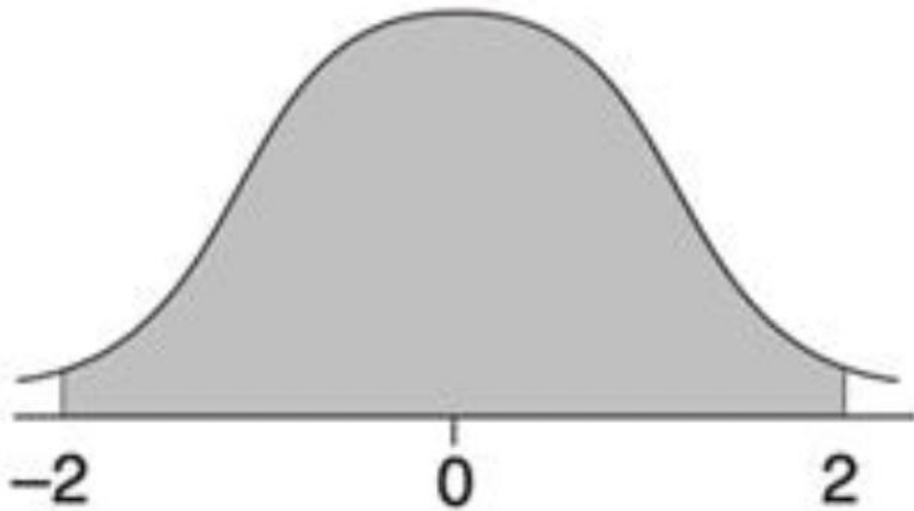
$$= 1 - P(0,8849)$$

$$= 1 - 0,8849$$

$$= 0,1151$$

Si $Z \sim N(0,1)$ encuentra:

$P(-2 < Z < 2)$



$$P(b \leq Z \leq a) = P(Z \leq a) - P(Z \leq b)$$

$$P(-2 < Z < 2) = P(Z < 2) - P(Z < -2)$$

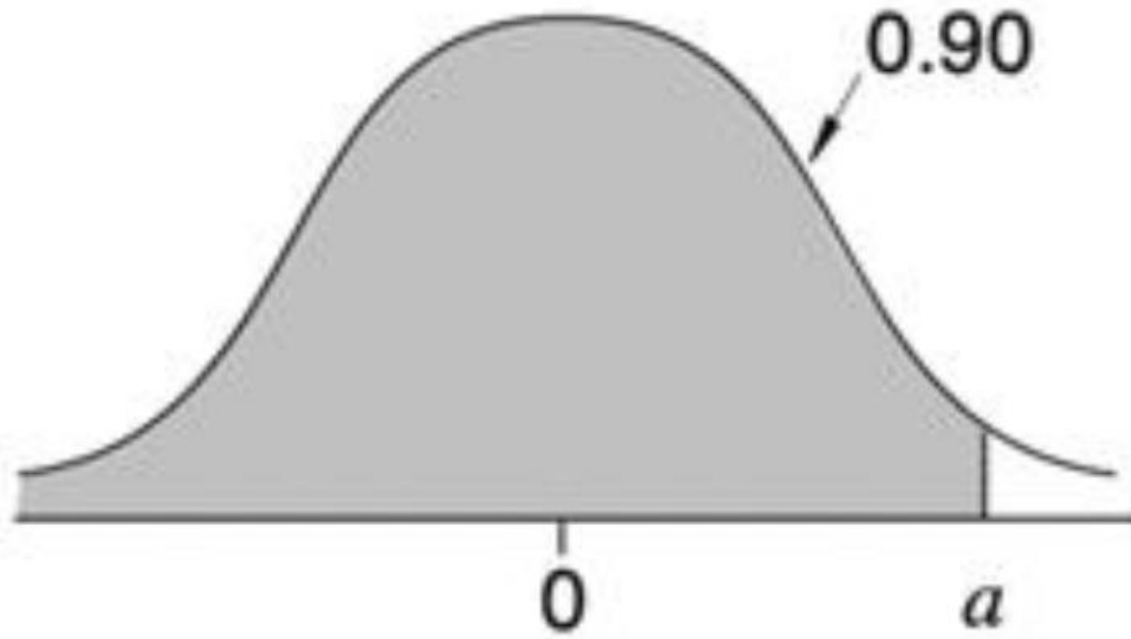
$$= P(Z < 0,9772) - P(Z < -0,9772)$$

$$= 0,9772 - 0,0228$$

$$= 0,9544$$

Si $Z \sim N(0,1)$, encuentra α si

$$P(Z < \alpha) = 0.90$$

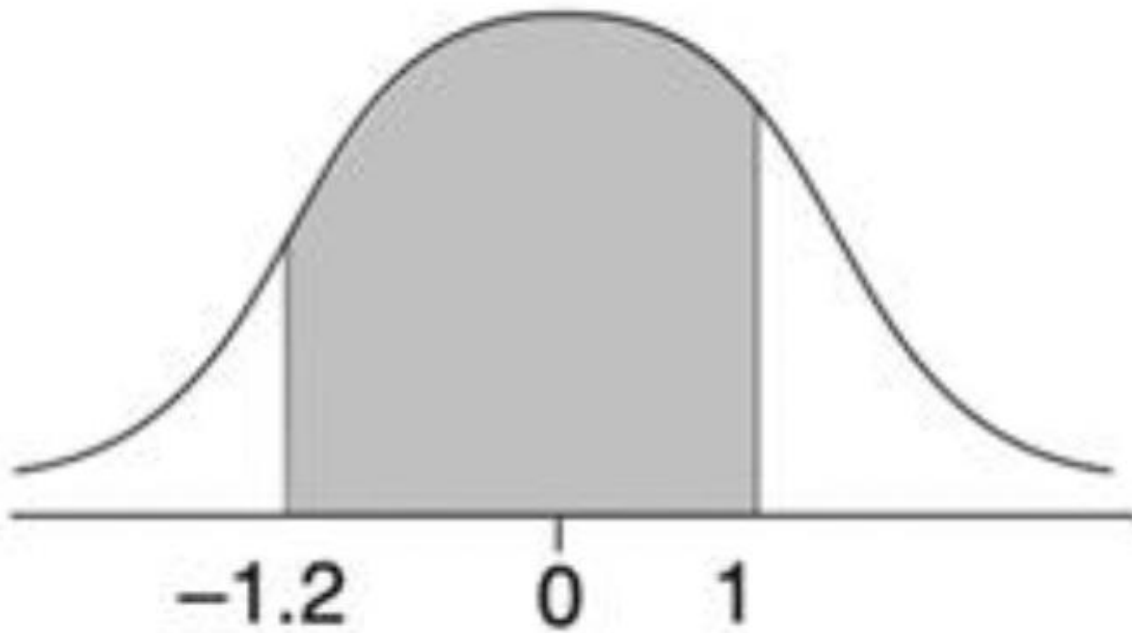


El ejercicio nos indica
la probabilidad de
0,90

Por lo tanto, α
equivale a 1,28

Si $Z \sim N(0,1)$ encuentra:

$$P(-1,2 < Z < 1)$$



$$P(b \leq Z \leq a) = P(Z \leq a) - P(Z \leq b)$$

$$P(-1,2 < Z < 1) = P(Z < 1) - P(Z < -1,2)$$

$$\begin{aligned} &= P(Z < 0,8413) - P(Z < 0,1151) \\ &= 0,8413 - 0,1151 \\ &= 0,7262 \end{aligned}$$

PROBABILIDADES CONDICIONALES Y BAYES



PROBABILIDADES

Es un valor entre 0 y 1 que indica la posibilidad relativa de que ocurra un evento.

Entre 0 y 1 puede ser:
0 - 0,5 - 0,7, 1.

Siempre, dentro del intervalo, algunas personas prefieren trabajar con porcentajes, otros con valores en fracciones.

El valor de la probabilidad es 0 cuando es imposible que ocurra dicho evento.

Por ejemplo, tenemos un dado de 6 caras y nos dicen

¿cuál es la probabilidad de tener un 8, al lanzar el dado una vez?

¿Es posible tener un 8? No, no es imposible.

Mientras más cerca al 0, menos probabilidades hay.

FÓRMULA ESTÁNDAR DE PROBABILIDAD

$$P(x) = \frac{\text{Número de casos favorables del evento } x}{\text{Número de casos posibles}}$$

TIPOS DE PROBABILIDADES

SALUD/EPIDEMIOLOGÍA

2

PROBABILIDAD CONDICIONAL

La probabilidad de que ocurra un evento dado que ha ocurrido otro evento

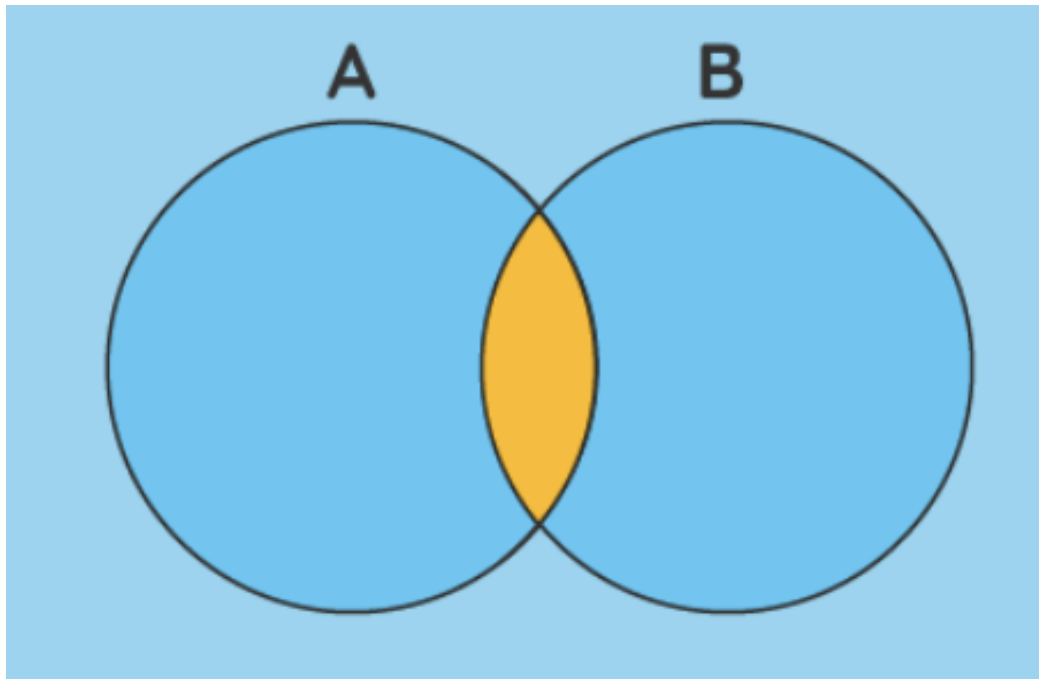
La probabilidad de que ocurra el evento A, dado que ha ocurrido el evento B

$$P(A | B)$$

se lee como "dado que"

LA FÓRMULA PARA LA PROBABILIDAD CONDICIONAL:

$$P(A \mid B) = P(B \ \& \ A) / P(B)$$

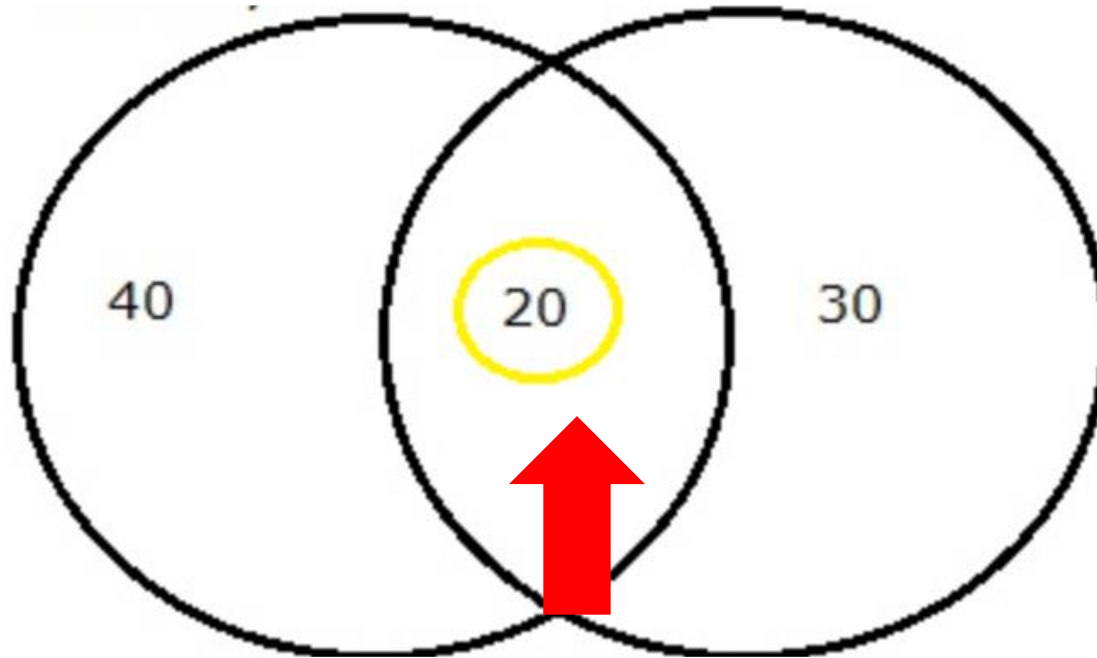


$$P(A \mid B) = P(B \cap A) / P(B)$$

Los eventos no son independientes

En un grupo de 100 compradores de coches deportivos, 40% compraron sistemas de alarma, 30% compraron asientos de cubo, 20% compraron un sistema de alarma y asientos de cubo y un 10% otro tipo. Si un comprador de coches elegido al azar compró un sistema de alarma, ¿cuál es la probabilidad de que también haya comprado asientos de cubo?

P(B). En la pregunta se indica como el 40 %, o 0,4.



P(A∩B). Se da en la pregunta 20 de 100 compradores, o 0,2.

$$P(A|B) = P(B \cap A) / P(B) = 0,2 / 0,4 = 0,5.$$

La siguiente tabla muestra el número de mujeres que recibieron y no recibieron un diagnóstico de cáncer en el último año, y el resultado de su mamografía. Encuentra la probabilidad de que una mujer elegida al azar:

- a) Tiene una cáncer dado que tiene una mamografía con resultado positivo (tumor)
- b) Tiene una mamografía con resultado positivo (tumor) dado que tiene cáncer

	Cáncer	No cáncer	Total
Mamografía +	15	135	150
Mamografía -	45	470	515
Total	60	605	665

$$P(\text{cáncer} \mid \text{mamografía} +) = 15/150 = 0,1 \times 100 = 10\%$$



$$P(\text{mamografía} + \mid \text{cáncer}) = 15/60 = 0,25 \times 100 = 25\%$$



$$P(A \mid B) = P(B \cap A) / P(B)$$

$P(A \mid B)$ no es igual a $P(B \mid A)$

Creemos que el orden los factores no altera el producto eso sirve para la multiplicación aquí no tenemos esto, tenemos **dado que** es decir, un condición no funciona con la propiedad conmutativa.



Las probabilidades condicionales son utilizadas por las compañías de seguros privados de salud para determinar sus tarifas.

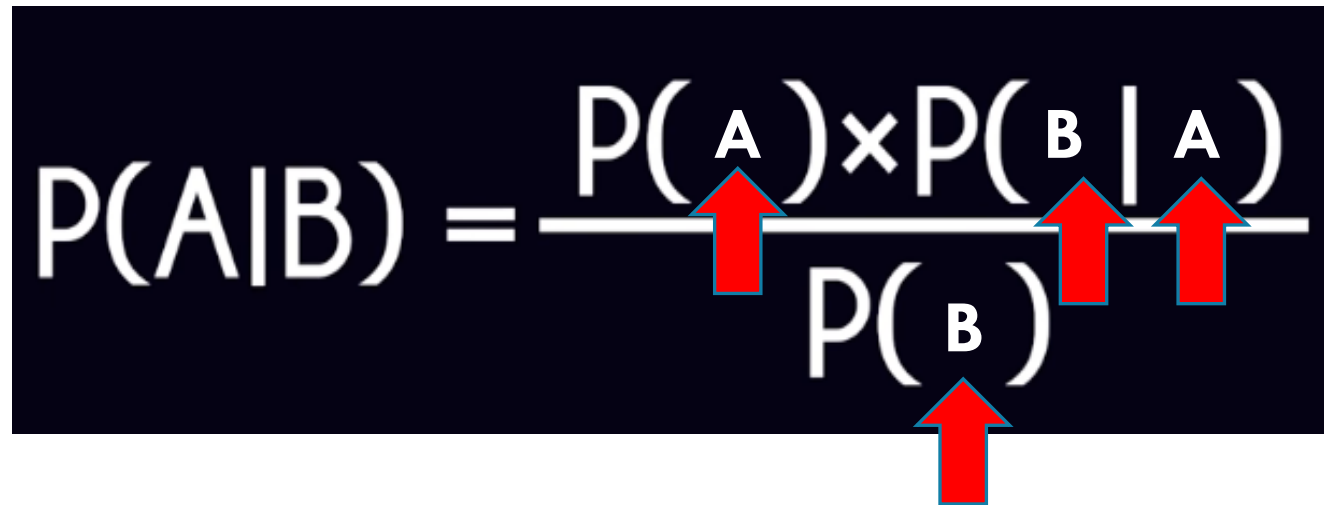
Analizan la probabilidad condicional de que tenga un accidente, dada su edad, dada enfermedades pre existente, etc. Y fijan el precio de su póliza en función de esa probabilidad.

TEOREMA DE BAYES

Se aplica en bioestadística para calcular probabilidades para detección de enfermedades.

La probabilidad de que ocurra el evento A dado que ha ocurrido el evento B es igual a: probabilidad del evento A por la probabilidad de que ocurra el evento B dado que ha ocurrido el evento A y todo ello dividido para la probabilidad del evento B

Para no confundir el evento colocamos el esqueleto del teorema

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)}$$


La probabilidad de B nunca debe ser 0

Se colocan los elementos en ese orden, primero A luego B, luego A y luego B...

Calcular la probabilidad de una persona que tiene fiebre (F)
dado que tiene gripe (G)

$$P(F | G) = \frac{P(F) \times P(G | F)}{P(G)}$$

EJEMPLO

En el consultorio de Santiago, el 40% de los pacientes fingen tener gastroenteritis para obtener un descanso médico. El 10% de los pacientes del consultorio, son hombres. La probabilidad de que el paciente finja una enfermedad dado que es hombre, es del 50%. Calcular la probabilidad de que un paciente sea hombre, dado que finge una enfermedad.

Aquí me dice que 40 de 100 fingen. Entonces $40 \text{ entre } 100 = 0,40$

$$P(F)=0,4$$

$$P(H)=0,1$$

$$P(F | H)=0,5$$

Calcular la probabilidad de que un paciente sea hombre, dado que finge una enfermedad.

$$P(H/F) = \frac{P(H) \times P(F/H)}{P(F)}$$

$$P(H/F) = \frac{P(H) \times P(F/H)}{P(F)}$$

$$P(H/F) = 0,1 \times 0,5 / 0,4 = 0,125$$

Si quiero trabajar con porcentaje, lo multiplico por 100% :

$$0,125 \times 100\% = 12,5\%$$

La probabilidad de que el paciente sea hombre
dado que finge es 12,5%

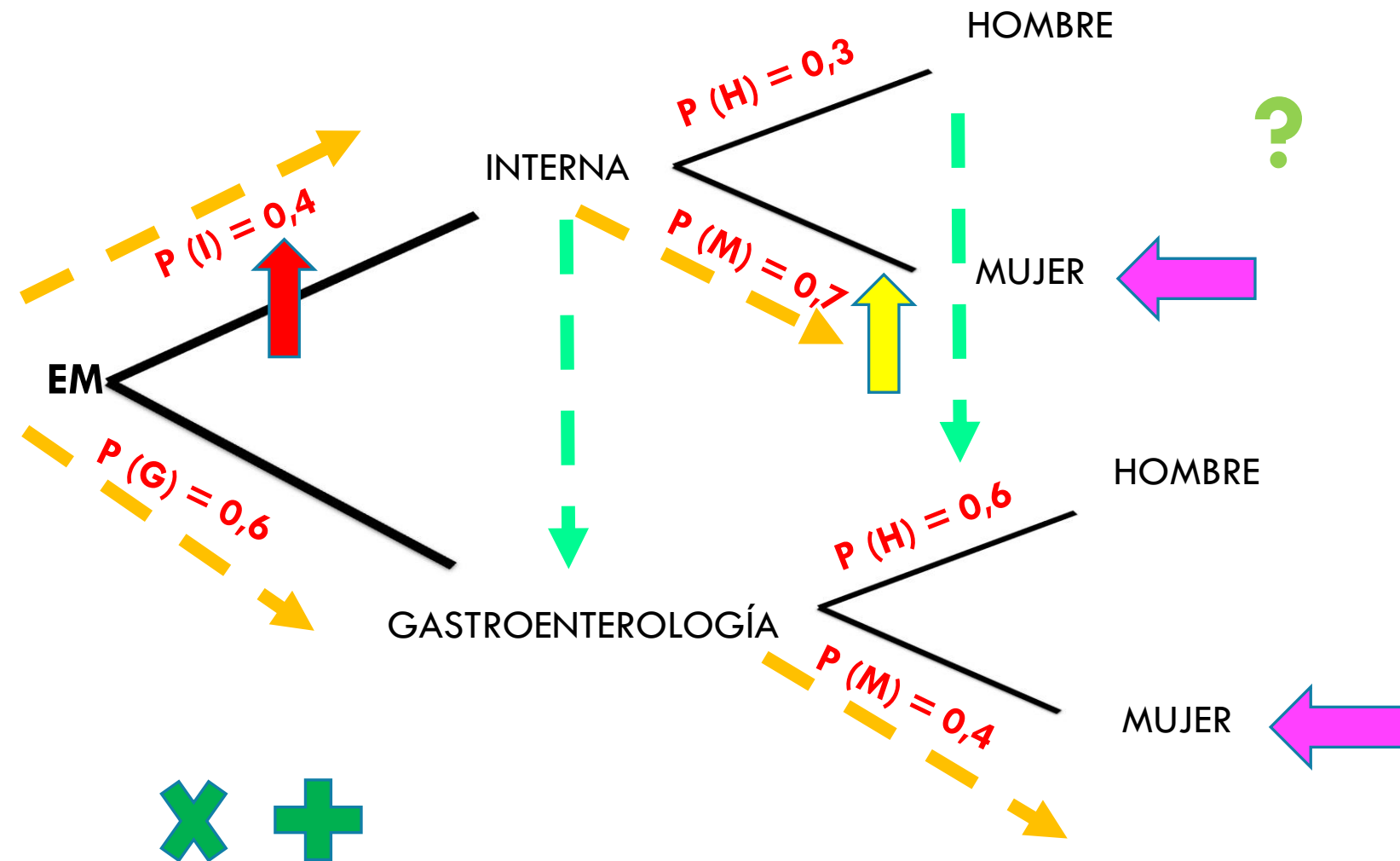
Y, SI TENGO MÁS ELEMENTOS?

1. MAPA DE ÁRBOL

2. LAS PROBABILIDADES DEBEN, SIEMPRE, SUMAR 1

- ❖ Una clínica de Quito, cuenta solo con dos especialidades médicas. El 40% de los médicos son internistas, y el 60% son gastroenterólogos.
- ❖ De los internistas, el 30% son hombres. Mientras que de los gastroenterólogos el 40% son mujeres.
- ❖ Se reporta un accidente cerca de la Clínica. En ese caso, si se selecciona una médica para colaborar con los accidentados, cuál es la probabilidad de que sea internista.

Cuál es la probabilidad de que sea internista dado que sea mujer?



$$P(I) = \frac{P(I) \times P(M/I)}{P(M)}$$

$$P(I/M) = \frac{P(I) \times P(M/I)}{P(M)}$$

- Interna a mujer = 0,4 x 0,7
- Gastroenterología a mujer = 0,6 x 0,4

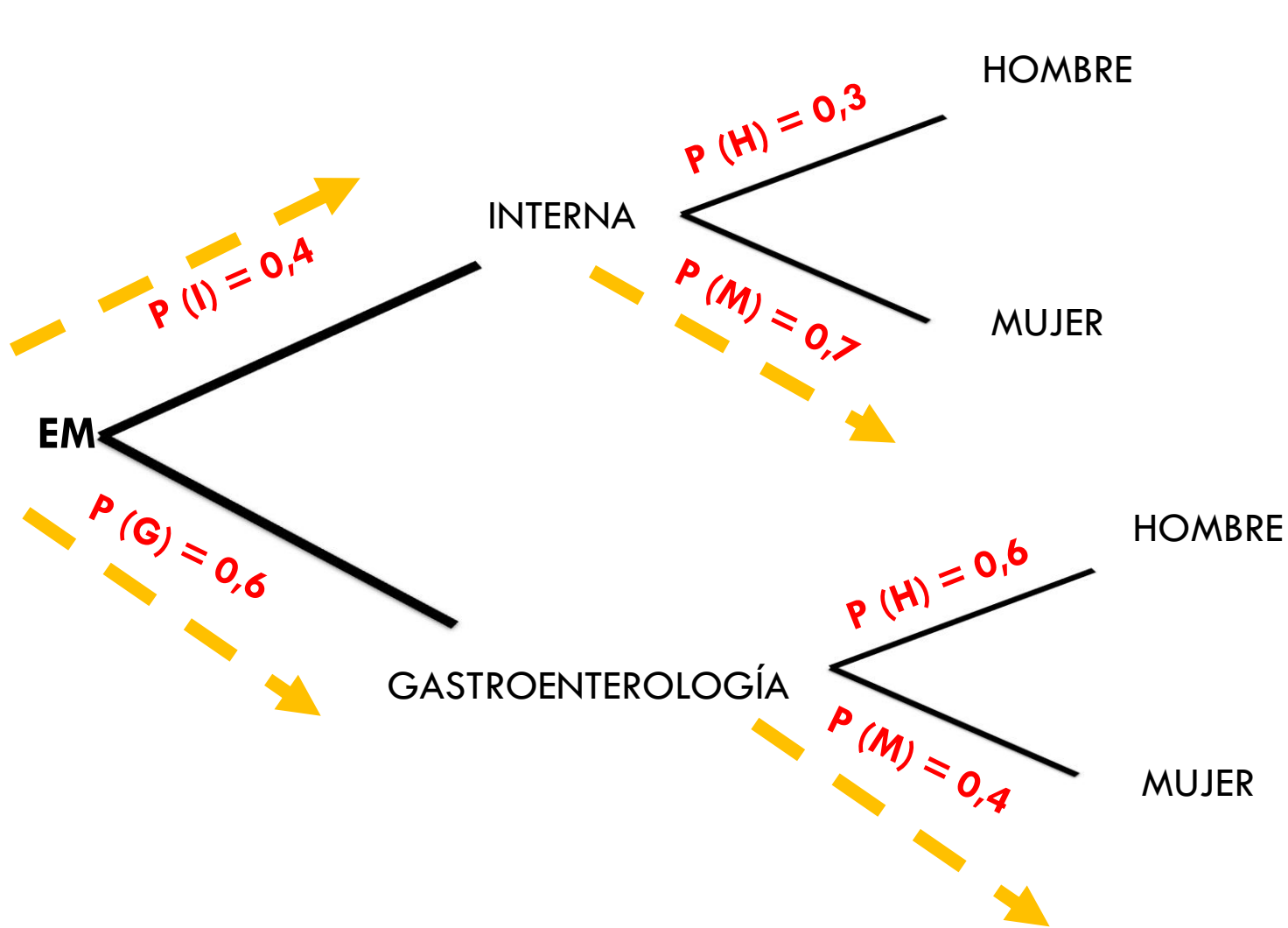
$$0,4 \times 0,7 + 0,6 \times 0,4$$

$$P(I/M) = \frac{P(0,4) \times P(0,7)}{P(0,4 \times 0,7 + 0,6 \times 0,4)}$$

$$P(I/M) = 0,5385$$

$$P(I/M) = 53,85\%$$

Cuál es la probabilidad de que sea internista dado que sea mujer?



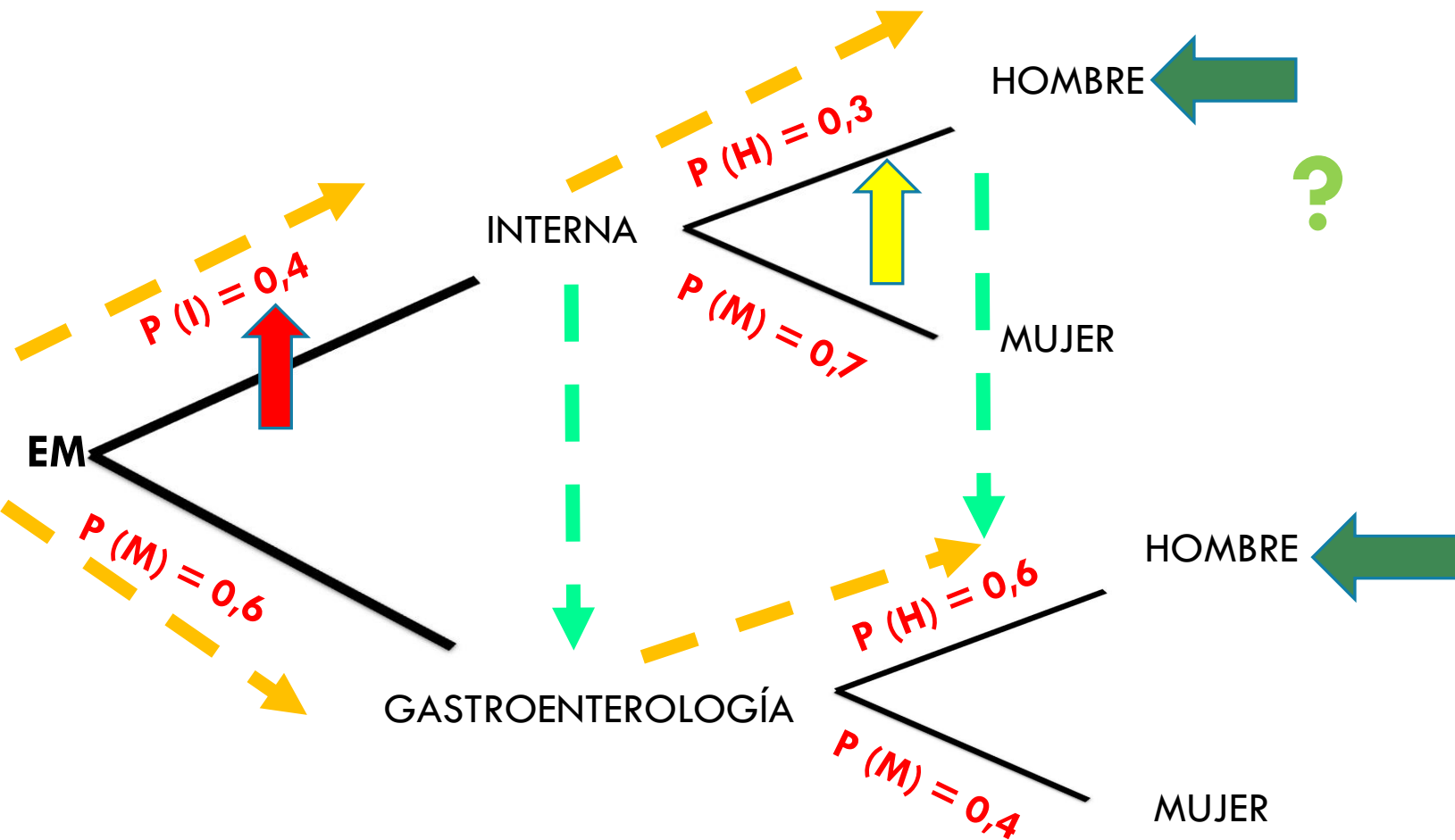
$$P(x) = \frac{\text{Número de casos favorables del evento } x}{\text{Número de casos posibles}}$$

$$P(x) = \frac{0,4 \times 0,7}{0,4 \times 0,7 + 0,6 \times 0,4}$$

$P(I/M) = 0,5385$
 $P(I/M) = 53,85\%$

**B) SI SE SELECCIONA UN HOMBRE, CUÁL ES LA
PROBABILIDAD DE QUE SEA INTERNISTA**

Cuál es la probabilidad de que sea internista dado que sea hombre?



$$P(I/H) = \frac{P(I) \times P(H/I)}{P(H)}$$

- Interna a hombre =
- Gastroenterología a hombre =

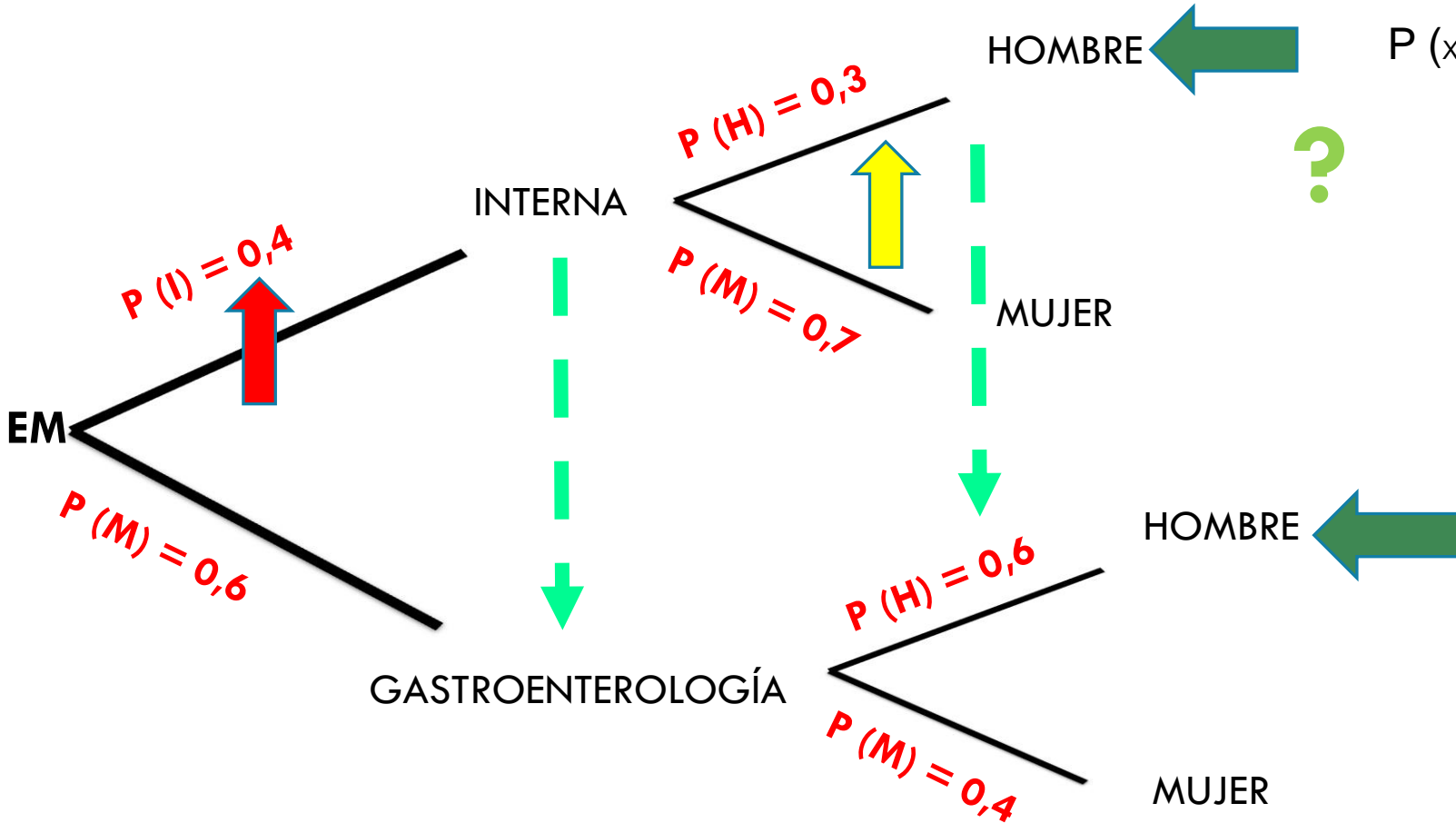
$$P(I/H) = \frac{P(0,4) \times P(0,3)}{P(0,4 \times 0,3 + 0,6 \times 0,6)}$$

$$P(I/h) = 0,25$$

$$P(I/h) = 25\%$$



Cuál es la probabilidad de que sea internista dado que sea hombre?



$$P(x) = \frac{\text{Número de casos favorables del evento } x}{\text{Número de casos posibles}}$$

$$P(I/M) = \frac{P(0,4 \times 0,3)}{P(0,4 \times 0,3 + 0,6 \times 0,6)}$$

$$P(I/h) =$$

$$P(I/h) = \%$$



Probabilidad condicional

La probabilidad condicional es la probabilidad de un evento A que se basa en la aparición de otro evento B.

$$\text{Fórmula: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Teorema de Bayes

El teorema de Bayes se deriva utilizando la definición de probabilidad condicional. La fórmula del teorema de Bayes incluye dos probabilidades condicionales.

Fórmula:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$