



# Probabilidad

Bioestadística



# Teoría de la probabilidad

- Cuantificar o medir la incertidumbre
- Herramienta para extraer conclusiones sobre características de interés en una población (inferencia estadística).
- Fenómeno aleatorio: actividad cuyo resultado **no se puede predecir**.
- Grupo sanguíneo, nivel de colesterol, respuesta a un tratamiento (de un individuo **seleccionado al azar**).
- Se desconoce el resultado hasta que se produce la observación.



# Definiciones básicas

- Experimento aleatorio o fenómeno aleatorio: actividad cuyo resultado no se puede predecir.
  - Se puede repetir indefinidamente en idénticas condiciones.
  - Modificación de las condiciones causa modificación del resultado.
  - Se puede determinar el conjunto de posibles resultados, pero no un resultado particular.
- Suceso o evento simple: Cada uno de los posibles resultados de un experimento.
- Espacio muestral: Conjunto de todos los posibles resultados.
- **P= ocurre/puede ocurrir**
- **La probabilidad solo puede ser valores entre 0 y 1**
- **0=nunca ocurre; 1=siempre ocurre.**
- **La probabilidad de un evento contrario es =  $1 - P(\text{ocurra el evento})$**



## Ejemplo: probabilidad evento simple

- En una bolsa hay 7 bolas blancas, 5 bolas verdes y 4 bolas amarillas. Si sacó una bola al azar, cuál es la probabilidad de que saque:
  - Una bola blanca
  - Una bola verde
  - Una bola amarilla
  - Una bola verde ó una bola blanca. Cuando vemos en el enunciado “ó”, lo que debemos hacer es sumar.
  - Una bola roja.
- Los resultados pueden darse también en porcentaje: se hace la división y se multiplica \* 100

---

---

## EJEMPLO 1

---

Imagina que se lanza un dado honesto de seis caras. Se definen los siguientes eventos

---

A: El puntaje obtenido es un número mayor que 2

---

B: El puntaje obtenido es un número menor que 5

---

Calcula la probabilidad de A dado que ha sucedido B

Por lo tanto, se tiene  $A/B=\{3,4\}$ , ya que se ha ocurrido B , el espacio muestral se reduce a cuatro elementos, de los cuales dos pertenecen a A.

Por lo tanto,  $P(A/B)=\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

## SOLUCION

Si describes el espacio muestral se tiene

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$A = \{3,4,5,6\}$$

$$B = \{1,2,3,4\}$$

Recuerda que el evento A/B corresponde a los elementos de A dado que ya se sabe que sucedió B



# Ejercicio

- En un zoológico se han rescatado de tráfico ilegal a 2 leones, 5 ocelotes, 3 pumas y 4 tigrillos. Cuál es la probabilidad de que pueda observar:
  - Un león
  - Un tigrillo
  - Un puma
  - Un ocelote
  - Un puma o un león
  - Un ocelote o un tigrillo



# Eventos mutuamente excluyentes y no mutuamente excluyentes

- Población de felinos:
  - Sexo:  $P(h) = 0,5$  ;  $P(m) = 0,5$
  - Color:  $P(\text{multicolor}) = 0,6$ ;  $P(\text{color sólido}) = 0,4$
  - Grupo sanguíneo:  $P(A) = 0,7$ ;  $P(B) = 0,2$ ;  $P(AB) = 0,1$
- Mutuamente excluyente: sea macho **ó** hembra =  $0,5 + 0,5$
- **No** mutuamente excluyentes: sea macho **ó** multicolor =  $0,5 + 0,6 - 0,5 * 0,6$



# Regla de la multiplicación

- Los eventos pueden suceder al mismo tiempo.
- Si el evento A no depende del evento B son independientes y se calcula:  
 $P(A \text{ y } B) = P(A) * P(B)$ 
  - Sexo:  $P(h) = 0,5$  ;  $P(m) = 0,5$
  - Color:  $P(\text{multicolor}) = 0,6$ ;  $P(\text{color sólido}) = 0,4$
  - Grupo sanguíneo:  $P(A) = 0,7$ ;  $P(B) = 0,2$ ;  $P(AB) = 0,1$
  - ¿Cuál es la probabilidad de que un gato seleccionado al azar sea hembra, multicolor **y** con sangre tipo AB?



# Ejercicio

- Color Ojos Café:  $P(oc) = 0,8$
- Defecto embrionario:  $P(\text{defecto}) = 0,25$
- Si tengo una madre piensa tener 10 hijos, cuál es la probabilidad de que:
  - La cría sea hembra
  - La cría tenga ojos cafe
  - La cría no tenga un defecto embrionario
  - La cría sea macho ó tenga un defecto embrionario
  - La cría sea macho y ojos cafes



# Eventos dependientes e independientes

- Si los eventos son dependientes (sin reposición), se calcula:
- En una bolsa hay 7 bolas blancas, 5 bolas verdes y 4 bolas amarillas. Si saco una bola al azar, cuál es la probabilidad de que saque:
  - Saque una bola blanca la primera vez **y** una bola verde la segunda
  - Saque una bola verde **si** saqué una blanca antes
    - Evento independiente:  $P(b \text{ y } v) = 7/16 * 5/16$
    - Evento dependiente:  $P(v \text{ si } b) = 5/15 * 7/16$



# Ejercicios

- Tenemos un grupo de Médicos donde hay 7 mujeres y 5 hombres.
  - ¿Cuál es la probabilidad de que, si se tiene tres puestos para la directiva de una clínica, el primero sea ocupado por una mujer, el segundo por un hombre y el tercero por un hombre?
- En un grupo de neonatos hay 12 con pronóstico reservado, 34 con buen pronóstico y 8 con mal pronóstico. ¿Cuál es la probabilidad de:
  - Tener un neonato con buen pronóstico
  - Tener un neonato con pronóstico malo o reservado
  - Tener un neonato con pronóstico reservado si tuve uno con buen pronóstico

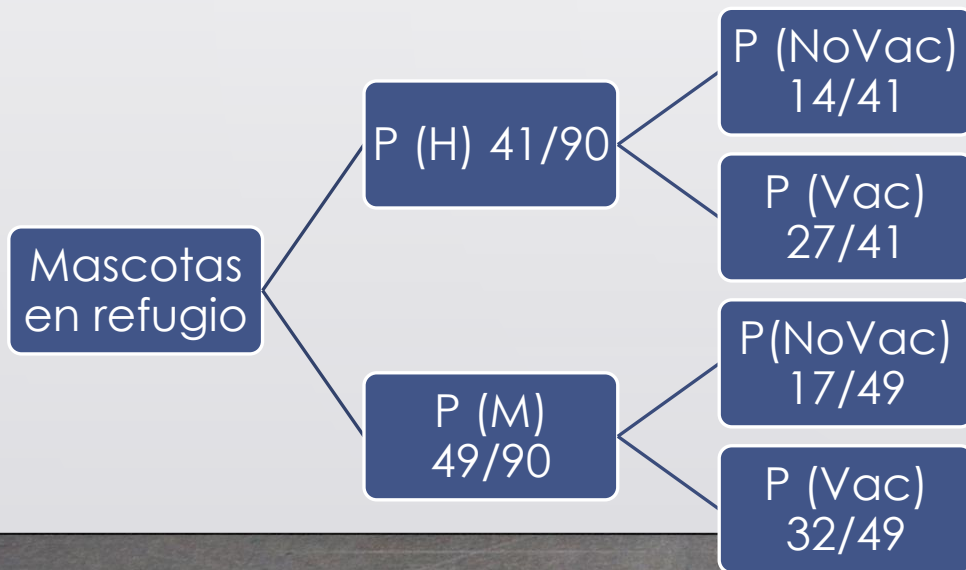


# Probabilidad condicional

- Es la probabilidad de que suceda B **dado que ya** haya sucedido A.
- Se calcula:  $P(A \text{ si } B) = P(A \text{ y } B) / P(B)$
- $P(B)$  DEBE SER mayor a 0

# Probabilidad condicional

- ¿Cuál es la probabilidad de adoptar una mascota vacunada si es que es macho?
- ¿Cuál es la probabilidad de adoptar una mascota no vacunada si es que es hembra?



- $P (M) = 49/90$
- $P (M \text{ y vac}) = 32/49$
- $P (\text{Vac si M}) = 49/90 * 32/49$   
**= 32/90**
  
- $P (\text{hembra}) = 41/90$
- $P (\text{hembra y no vac}) = 14/41$
- $P (\text{No vac si hembra}) = 41/90 * 14/41$   
**= 14/90**



# Ejercicios

- Si conocemos que en la facultad hay 78 mujeres, de las cuales 15 tienen influenza y 86 hombres, de los cuales 38 tienen influenza, cuál es la probabilidad de:
  - ¿Contraer el virus si es que se está en contacto con un hombre?
  - ¿Contraer el virus si es que se está en contacto con una mujer?
- Se sabe que en una cárcel la población de hombres es de 168 individuos, donde 121 están enfermos. De ellos, 23 están desparasitados y de los sanos, 7 están desparasitados.
  - ¿Cuál es la probabilidad de tener un paciente desparasitado si este está enfermo?
  - ¿Cuál es la probabilidad de tener un paciente no desparasitado si es que este está sano?



# Distribución Binomial


- Se aplica a variables aleatorias **discretas**
- Los resultados solamente tienen dos opciones: **éxito o fracaso (Binomial)**.
- La probabilidad de éxito se simboliza como **p**
- La probabilidad de fracaso se simboliza como **q** que es = 1-p
- Es la probabilidad de obtener un número de éxitos en *n* número de pruebas.
- La fórmula se escribe:
  - Ejemplo: El porcentaje de sobrevivencia de una enfermedad es de 75%. Si tenemos 60 animales enfermos, cuál es la probabilidad de que 15 animales sobrevivan?
  - $P(15) = 60C15 * 0.75^{15} * 0.25^{(60-15)}$

$$P_{(k)} = C_K^n p^k q^{(n-k)}$$



## Ejercicio

- Un médico obtiene una preñez efectiva de cada tres inseminaciones que realiza. Cuál es la probabilidad de que:
  - ¿Tenga tres mujeres preñadas de las próximas 15 inseminaciones que realice?
- Se está realizando la prueba de eficacia de un fármaco nuevo. El índice de pacientes curados al usar el fármaco es de 0,65.
  - ¿Cuál es la probabilidad de que 18 pacientes se curen si he tratado a 31 enfermos?
- El índice de transmisión de una enfermedad es de 0,3. Si tengo una población de 27 animales:
  - ¿Cuál es la probabilidad de que la mitad de ellos se enfermen?



## Esperanza (media) y DS

- Para estos enunciados también podemos determinar los valores esperados (media) y la desviación estándar.
- $E(x) = N \cdot p$
- $V(x) = N \cdot p \cdot q$
- $DS(x) = \sqrt{V}$
- Si la probabilidad de preñez es de 0,33. Si tengo una población de 15 mujeres a ser inseminadas:
  - ¿Cuál es el número esperado de mujeres que se preñarán?
  - ¿Cuál es la desviación estándar?



- [https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library/basic-theoretical-probability/e/probability\\_1](https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library/basic-theoretical-probability/e/probability_1)
- <https://es.khanacademy.org/math/probability/probability-geometry/probability-basics/e/using-probability-to-make-predictions>